

Statische Grenzprobleme in kreisförmig durchörtertem Gebirge

Von der
Eidgenössischen Technischen Hochschule
in Zürich

zur Erlangung der
Würde eines Doktors der technischen
Wissenschaften

genehmigte

No. 414.

Promotionsarbeit

vorgelegt von

Johann Schmid

aus Basel



Ser.

Kat.

Referent: Herr Prof. Dr. A. Rohn

Korreferent: Herr Prof. Dr. E. Meißner

Lebenslauf.

Am 16. April 1893 wurde ich als Sohn des Kaufmanns Adolf Schmid zu Basel geboren.

Von Ostern 1899 ab durchlief ich die Primar-, Unter- und Oberrealschule meiner Vaterstadt, verließ sie im Herbst des Jahres 1911 mit dem Zeugnis der Reife, um daraufhin, für die Dauer eines Jahres, einer für zweckmäßig befundenen reinen praktischen Tätigkeit zu obliegen. In den Eisenbauwerkstätten, Bureaux und auf den Baustellen der Firma Alb. Buß & Cie. Pratteln-Basel wurden mir in dieser Hinsicht schätzenswerte Kenntnisse vermittelt.

Mit Beginn des Wintersemesters 1912 bezog ich die Ingenieurschule der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich und beschloß im Sommer 1916 mit deren Diplom meine an Anregungen reichen Studienjahre.

Kurze Zeit später begann ich meine berufliche Tätigkeit in Firma K. Kübler, Stuttgart auf dem Gebiete des Eisenbetonbaues. Vom Frühjahr 1918 ab war ich in Lausanne zunächst mit Projektierungen, darauf mit der konstruktiven Durchbildung der Erweiterungsbauten des Elektrizitätswerkes dieser Stadt in St. Maurice (Ingenieur M. Hoeter) beschäftigt. Auf Ende Mai 1919 vertauschte ich die bisherige, vornehmlich nach der konstruktiven Seite gerichtete Tätigkeit mit derjenigen auf der Baustelle, wozu ein dienstliches Verhältnis zur Société fribourgeoise des Travaux de la Jogne für den Talsperrenbau bei Broc vorzügliche Gelegenheit bot.

Ein plötzlich eintretendes Augenleiden tat im Frühjahr 1920 meiner Berufstätigkeit unvermittelt Abbruch und beließ mir bis heute nur mehr eine beschränkte Arbeitsmöglichkeit.

Vorwort.

Es ist Ziel und Bestreben des schöpferisch tätigen Ingenieurs, in seinen Bauwerken ein genügendes Maß von Sicherheit mit weitgehender Wirtschaftlichkeit zu verbinden. Diese Möglichkeit bietet sich ihm aber nur dann, wenn er mit den Eigenschaften der irgendwie in Frage stehenden Materialien genügend vertraut ist und in das Kräftespiel der zu erstellenden Bauten einen sichern und klaren Einblick hat.

Dieser Erkenntnis gegenüber nehmen die Probleme des Tunnelbaues und damit zusammenhängender Gebiete, namentlich was die Frage der äußeren Kraftwirkungen auf stützende Einbauten anbelangt, eine eigene und bisher nur lückenhaft ergründete Stellung ein. Es fehlt dem Tunnelbau bis heute an einer sichern Grundlage, die es ermöglichen würde, für notwendig erachtete Auswölbungen nach ihrer Zweckmäßigkeit in konstruktiver und wirtschaftlicher Hinsicht auch nur grundsätzlich in befriedigender Weise zu beurteilen. Daran ist nicht zuletzt der Umstand schuld, daß die beobachtbaren Erscheinungen des Gebirgsdruckes zu vielgestaltig sind, als daß aus ihnen ohne weiteres eine klare Gesetzmäßigkeit erkennbar wäre.

In der vorliegenden Abhandlung wurde deshalb der umgekehrte Weg beschritten und versucht, die letzten Ursachen dieser Erscheinungen, welche in den wechselnden Gleichgewichtsverhältnissen zu suchen sind, mit Hilfe der Elastizitätslehre zu formulieren und deren Folgeerscheinungen mit den bei bisherigen Tunnelbauten gemachten Erfahrungen zu vergleichen. Ihr eigentlicher Zweck liegt daher in der Bereitstellung einer mathematisch begründeten einheitlichen Grundlage, von der aus die gefühlsmäßige Beurteilung eines Bauwerkes, soweit diese notwendig bleibt, an Sicherheit gewinnt, und die andererseits eine rechnerische Verfolgung gewisser Probleme möglich macht.

Damit ist bereits ausgesprochen, daß die Erörterungen, insofern sie das Gebiet des Tunnelbaues im gebräuchlichen Gebirge betreffen, auf zahlenmäßige Richtigkeit keinen Anspruch erheben können. Doch darf man sich fürs erste wohl damit zufrieden geben, wenn dieser Teil nur dazu beiträgt, die Einfühlung in diese komplexen Probleme zu erleichtern und deren weitere Erforschung vielleicht fruchtbringender als bisher zu gestalten.

Gleichwohl werden die Ergebnisse überall dort, wo die natürlich gegebenen Verhältnisse den Voraussetzungen der Rechnung eher entsprechen, zur Gewinnung positiver Anhaltspunkte, wie sie die Elastizitätslehre auf dem Gebiete der Ingenieurwissenschaften zu bieten vermag, von Nutzen sein. Das trifft für alle in kompakten Felsarten liegenden Hohlräume und daher — den Grundsätzen nach zu urteilen, die für die Wahl ihrer Baulinie bestimmend sind — zur Hauptsache auch für Druckstollen zu.

Um Weitschweifigkeit und Zersplitterung zu vermeiden, blieb diese Darstellung überall auf ihre wesentlichsten Hauptzüge beschränkt, wodurch vielleicht mancherorts auf wohl interessierende Fragen der Praxis nicht ausführlich genug eingetreten werden konnte.

Zum Schluß sei mir gestattet, Herrn Prof. Dr. A. Rohn für die mir während der Entstehung dieser Arbeit zuteil gewordene Unterstützung und Anregung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen. Durch die gütige Überlassung des Berichtes der Druckstollenkommission über die Versuche der S. B. B. in Amsteg hat er wesentlich dazu beigetragen, die vorliegende Abhandlung in mancher Hinsicht zu bereichern.

Chur, den 28. Februar 1925.

Johann Schmid.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Einleitung	1
a) Problemstellung	1
b) Geologische Gesichtspunkte	5
c) Heimsche Gebirgsdrucklehre	10
2. Das ungestörte Gebirge	16
§ 1. Allgemeines über den Spannungszustand einer aus dem Gebirgs- ganzen gelösten, ideellen Scheibe	18
§ 2. Anfangsspannungen des Gebirges im unverletzten Zustande. Form seiner Spannungen im Störungsfalle	22
3. Dehnungsgesetze und Elastizitätsgrößen	31
§ 3. Lineare Dehnungsgesetze	32
§ 4. Erfahrungsmäßige Dehnungsgesetze	33
§ 5. Der erweiterte lineare Spannungszustand	39
a) Druckversuch bei freier Querdehnung	41
b) Druckversuch bei behinderter Querdehnung	48
§ 6. Die Elastizitätsgrößen des Problems	56
4. Das gestörte Gebirge	60
§ 7. Wirkungen des Gebirgsdruckes	60
a) Tunnel ohne Auskleidung	62
b) Tunnel mit Auskleidung	85
§ 8. Wirkungen eines inneren Überdruckes	93
a) Stollen ohne Auskleidung	97
b) Stollen mit Auskleidung	100
c) Anhang zu §§ 7 und 8	106
9. Thermische und verwandte Wirkungen	109
a) Wärmeverhältnisse	109
b) Sprunghafte Temperaturänderungen.	111
I. Thermische Wirkungen auf den unausgekleideten Stollen	119
II. Thermische Wirkungen auf das Gewölbe allein	121
III. Thermische Wirkungen auf den ausgekleideten Stollen	123
c) Stetige Temperaturänderungen	126
d) Schwindspannungen	133
5. Zusammenfassung	136
Literatur (Hinweise durch Index im Text vermerkt)	145

1. Einleitung.

a) Problemstellung.

Fast alle Versuche, die bisher unternommen wurden, um die auf provisorische und definitive Tunneleinbauten wirksamen Kräfte nach Wesen und Größe zu ergründen, bewegen sich auf dem Gebiete der Erddrucktheorie. Wenn dieser von Coulomb begründeten, von Culmann und anderen weiter ausgebauten Theorie, für stützende Bauwerke über Tage auch nicht jede Richtigkeit abgesprochen werden kann, obwohl auch hier eine wissenschaftlichere Untersuchung im Sinne von Rankine und Résal⁴⁶ mehr Wahrscheinlichkeit für sich hat, so kann sie doch keinesfalls den Anforderungen entsprechen, welche an eine Theorie der Gewölbekonstruktionen unterirdischer, bergmännisch abgebauter Hohlräume gestellt werden müssen.

Die Erddrucktheorie geht bekanntlich von der Betrachtung ebener oder gekrümmter Gleitflächen aus, längs welchen eine Erdmasse in Bewegung gerät und bei geringster Verrückung des stützenden Bauwerkes zu aktiver Wirkung kommt. Sie gründet sich auf die Vorstellung eines lockeren bis kohärenten Erdkörpers, verfolgt dessen Grenzzustände in großen, möglichst ungünstigen Teilen, läßt aber meistens das Gleichgewicht der Elemente und immer die Elastizität des Materials außer acht. Eine gewisse Berechtigung hierzu kann ihr nicht abgesprochen werden. Sie findet ihre Begründung in dem Umstande, daß jeder baulichen Tätigkeit, die eine Änderung der ursprünglichen Spannungsverhältnisse der Materie bedingt, vielfach tiefer greifende Störungen folgen als wie sie, nach Ersatz des entfallenden Körperteils durch ein elastisches Traggebilde, statisch notwendig wären.

Dies bestätigt sich für Bauwerke sowohl über als auch unter Tage. Im Gebirgsinneren bildet eine lokale Auflockerung vielerorts die eigentliche Ursache eines umfangreicheren aktiven Gebirgsdruckes, dessen Auslösung demnach einestheils durch die Unvollkommenheit der menschlichen Baumethoden verschuldet wird. Da Senkungen, Rutschungen usw. um so leichter auftreten können, je geringer die natürliche Standfestigkeit der Gesteine ist, so werden von ihnen natürlicherweise in erster Linie zermürbte, lockere oder schwimmende Gebirgsmassen betroffen.

Immer jedoch bleiben diese Störungen sekundärer Art, d. h. ihr Eintreten ist gesetzmäßig durch eine erste Ursache nach einheitlichen Richtlinien bedingt, die in den durch den Vortrieb verursachten örtlichen Spannungsänderungen liegt, wie sie das elastische Verhalten des Materials fordert. In lockeren, wenig kohärenten Massen kann dieser Spannungswechsel zu umfassenderen Lageverschiebungen Anlaß geben, die mit einem elastischen Gleichgewicht wenig mehr zu schaffen haben. Dann hat die Erddrucktheorie — in Verbindung mit den die Bewegung einleitenden Spannungszuständen — zur Feststellung eines Belastungshöchstwertes, auch unter Tage, ihre volle Berechtigung.

Zu falschen Ergebnissen müssen aber Betrachtungen führen, die sich die Vorstellungen der Erddrucktheorie zu eigen machen, sobald es sich um größere Tiefen handelt. Dies geht schon daraus hervor, daß selbst umfangreichere Bewegungen, die sich in lockeren Gesteinsmassen einstellen können, durchaus nicht zu Tagebrüchen Anlaß bieten müssen, welche letztere ja erfahrungsgemäß beim Vorhandensein einer gewissen Mächtigkeit überhaupt nicht mehr aufzutreten scheinen¹⁾. Die obige Betrachtungsweise versagt natürlich vollkommen, wenn gar die in einem unterirdischen Bauwerke auftretenden Beanspruchungen zufolge eines inneren Überdruckes ermittelt werden sollen, da nach den Vorstellungen der Erddrucktheorie die äußere Gesteinshülle als starr angesehen wird. Die Übertragung dieser fehlerhaften Vorstellung auf Probleme des Druckstollenbaues hatte die bis vor kurzem übliche, jedoch unzulängliche Auffassung des Kräftespiels in dessen Auskleidung zur Folge.

Ebenso unzulässig sind Betrachtungen dieser Art für standfeste, massive Gesteinsarten, da bei ihnen, abgesehen von speziellen Fällen bei Schichtgesteinen, von Tagebrüchen in Gleitflächen wohl nicht die Rede sein kann. Hier stellt sich die Notwendigkeit ein, auf die Elastizität des Gebirgsmaterials einzutreten, was auch hinsichtlich der lockeren Massen keinen Widerspruch in sich birgt. Denn die Tatsache der Schallfortpflanzung in ihnen beweist, daß sie sehr wohl imstande sind, kleine elastische Bewegungen auszuführen. Somit steht der einheitlichen Auffassung eines elastischen Gebirges mit wechselnder Kohäsionsbeschaffenheit nichts im Wege²⁾.

Das Spannungsbild eines elastischen, festen Gebirgskörpers wird allein schon für die meisten Probleme zur Gewährung praktisch brauchbarer Schlußfolgerungen ausreichend sein. Es wird andernfalls den Ausgangspunkt neuer Betrachtungen bilden müssen, da sich ihm

¹⁾ L. 28 und Literatur.

²⁾ Vgl. den Versuch einer mathematischen Erfassung durch Boussinesq L. 25.

ein Gebirgskomplex jedwelchen Charakters, durch eine plötzliche Störung überrascht, zum mindesten zuneigen wird.

So sind offenbar die bei standfesten Gesteinen im allgemeinen und bei kohäsionslosem Material in tieferen Gebirgsschichten auftretenden aktiven und passiven Druckerscheinungen in erster Linie elastischer Natur. Erst die lokale Beschaffenheit der Gesteine vermag unter Umständen, mit beginnender Zerstörung, ihr wahres Wesen zu verschleiern. Da nun bei Tunnelbauten die Aktivität, bei Druckstollen die Passivität des Gebirges von den elastischen und plastischen Verformungen des stützenden Einbaues abhängig sind, wird grundsätzlich das Ganze, d. h. das Gebirge mitsamt seiner Auswölbung, als ein einheitliches elastisches System zu behandeln sein.

Als Folge dieser Anpassung an das elastische Gleichgewicht des Gebirges können nun örtlich allerdings sehr verschiedenartige Verhältnisse auftreten; es wird auch vielfach möglich sein, daß die aus ihnen geborenen Kräfte diejenigen primären Ursprungs bei weitem überwiegen. Diese Zusatzbelastungen umfassen alle die Erscheinungsformen, welche man gewohnt ist, in den üblichen Sammelbegriff des Gebirgsdruckes zusammenzufassen. Hierüber soll an dieser Stelle noch einiges gesagt sein.

Die Rankinesche Theorie des Erddruckes — unter Beihilfe von Gleichgewichtsbetrachtungen an einem Körperelement aufgebaut — setzt für die Berechnung von Stützmauern an der Erdoberfläche voraus, daß in bestimmten Fällen der entfernte Erdkörper unbedenklich durch das stützende Mauerwerk ersetzt werden kann. Unmittelbar nach Herstellung des Bauwerkes wird jedoch der Spannungszustand des angeschnittenen Erdkörpers nicht mehr genau dem ursprünglichen entsprechen, da die Bauausführung zweifellos gewissen Störungen gerufen hat. Er wird sich ihm aber im Laufe der Zeit durch eintretende Setzungen wieder mehr und mehr annähern, was jedoch nie vollkommen geschehen kann, da die elastischen Verschiebungen des Stützwerkes für das dauernde Gleichgewicht mitbestimmend sind.

Ähnlich sind die Verhältnisse für Bauten im Erdinneren. Die durch den Bau hervorgerufenen Störungen sind hier jedoch oft ungleich größer, nachhaltiger, wenn nicht gar bleibend, und haben alsdann die eigentliche, wirksam in Erscheinung tretende Belastung zur Folge. Bestände die Möglichkeit, ein Gebirge ohne jede Erschütterung und ohne jeden Eingriff, der eine Spannungsstörung im Gefolge haben könnte, zu durchhörtern und unmittelbar daran anschließend mit einem vollkommen starren Gewölbe auszukleiden, so blieben die vorhandenen Spannungen ungestört, die Belastung der peripherischen Gewölbeelemente also dieselbe wie vorgängig diejenige der Gesteinskörperchen, an deren Stelle sie getreten sind.

Dieser Fall ist jedoch praktisch nicht zu verwirklichen. Selbst unter günstigen Bedingungen und bei der vorsichtigsten Baudurchführung wird das Gebirge Gelegenheit haben, einen großen Teil der ihm im freistehenden Zustande zukommenden Deformationen auszuführen. Dies wird bedingt durch die beim bergmännischen Abbau notwendige Auswechslung der Hölzer und eine aus organisatorischen Gründen nicht zu umgehende Zeitspanne, die zwischen dem Aufschluß des Gebirges und dem Einbringen des Gewölbes zu verstreichen Gelegenheit hat. Im standfesten Gebirge, das überhaupt oder wenigstens längere Zeit ohne Einbau belassen werden kann — Verhältnisse, wie sie für Druckstollen aus Sicherheitsgründen stets angestrebt werden — können sich diese Deformationen zum besten Teil, vielleicht sogar vollständig, auslösen. Dadurch tritt aber ein gegen früher vollkommen veränderter Spannungszustand ein. Der Grad seiner Ausbildung zur Zeit des Gewölbeschlusses wird z. B. das spätere Verhalten der Auskleidung eines Druckstollens beeinflussen, indem je nach Umständen eine äußere Last zur Wirkung kommen kann oder nicht. Beim Tunnelbau wird er, je nach der Natur des Gebirges, zu Zermürbungen, Ablösungen, Gleitungen usw. Anlaß geben, die sich als sekundäre Gebirgsdruckerscheinungen äußern werden, im Gegensatz zu den rein aus elastischen und bleibenden Allgemindeformationen resultierenden primären Drücken.

Einmal verändert wird aber in gewissen Tiefen der bei Gewölbeschluß bestehende Spannungszustand unfähig sein, in den des unverritzten Gebirges zurückzukehren, dies namentlich dort, wo sich Bewegungen und Senkungen nicht mehr bis über Tage erstrecken. Im Gegensatz zum Verhalten lockeren Materials in der Nähe der Gebirgs-oberfläche sind die hierdurch bedingten Verhältnisse als von nun an dauernd bestehende zu betrachten, und demgemäß sollen ihnen die Abmessungen der Traggewölbe angepaßt sein. Je mehr die während des Baues möglichen Bewegungen vermieden werden, um so mehr werden alle als sekundär zu bezeichnenden Erscheinungen zurücktreten, eine Tatsache, deren Richtigkeit schon vom Begründer der modernen Tunnelbaukunst, F. v. Ržiha, erkannt und betont wurde².

Schließlich ist noch die aus der Erddrucktheorie bekannte Tatsache von Wichtigkeit, daß bei sich stützendem, also aktivem Gebirge eine untere Grenzspannung zur Erhaltung des Gleichgewichtes genügt. Dagegen kann bei Stützung des Bauwerkes der passive Widerstand des Gebirges bis auf ein Mehrfaches der genannten Spannung anwachsen. Dieser bedeutsame Unterschied im aktiven und passiven Verhalten eines Erdkörpers findet sich auch bei standfesten Gesteinen und kommt dort in einem wechselnden Verlauf ihrer Belastungs- und Entlastungskurven zum Ausdruck. Das hat zur Folge, daß die Probleme

des Tunnel- und Druckstollenbaues grundsätzlich geschieden werden müssen.

Dieser Unterschied wird deutlicher durch die Erwägung, daß der Zweck der Tunnelmauerung in möglichster Hintanhaltung der Aktivität des Gebirges, d. h. in der sorgfältigen Erhaltung seiner Kohäsionseigenschaften liegt. Dagegen soll die Auskleidung des Druckstollens durch ihre Wasserdichtigkeit und Reibungslosigkeit einen höchstmöglichen hydraulischen Wirkungsgrad verbürgen, zu dessen Erreichung indirekt die Passivität des Gebirges als entlastender Faktor herbeigezogen wird. Das Bemerkenswerte bei ausgesprochenen Bauwerken der einen oder anderen Art liegt demnach in der Zweckerfüllung der Mauerung einerseits, im Verhalten der sie umschließenden Gesteinshülle andererseits.

Einen ersten Versuch spekulativer Natur, die durch die Elastizität der Gesteinsmassen bedingten Spannungszustände ins richtige Licht zu rücken, hat E. v. Willmann²⁸ unternommen. Der Versuch diente zur Klarstellung verschiedener durch den Tunnelbau aufgeworfener Fragen. Soviel bekannt, ist eine analytische Erfassung desselben Problems bisher nicht versucht worden. Die allgemeinere Verwendung der von Kirsch schon 1898¹⁾ aufgestellten Spannungsgrößen eines durchlochten Zugstabes, wie sie von Leon und Willheim²⁾ geübt wurde, kann nicht eigentlich hierher gestellt werden.

Nach vorstehenden Darlegungen beanspruchen die zu deduzierenden Spannungen Gültigkeit für alle Fälle, in welchen die sekundär eintretenden Belastungen hinter den primären wesentlich zurückstehen, d. h. solange keine größeren Bewegungen eintreten, welche die ganze Überlagerung in Mitleidenschaft ziehen. Größere oder kleinere örtliche Bewegungen sind Sekundärererscheinungen, resultierend aus der Tendenz des Gebirges, sich eben diesem Spannungszustande anzupassen.

b) Geologische Gesichtspunkte.

Die feste Erdkruste hat seit der Zeit ihrer Entstehung mancherlei Modifikationen und Umwälzungen erlitten, die auf das heutige Verhalten größerer Gebirgskomplexe im allgemeinen und der Gesteine im speziellen nicht ohne Einfluß geblieben sind. Auf sie und die in ihnen vorwaltenden Gesetze soll, soweit sie die Probleme des Tunnel- und Druckstollenbaues berühren, an dieser Stelle in Kürze eingetreten werden.

Nach dem heutigen Stande wissenschaftlicher Erkenntnis zeigt die Erde einen konzentrischen Schalenbau, der durch eine vom Erdmittelpunkte nach der Oberfläche zu stets abnehmende Dichte der aufbauenden Materie charakterisiert ist. Stellt sich das mittlere spezifische Gewicht der wissenschaftlicher Forschung zugänglichen Gesteinsrinde

¹⁾ L. 39, 40, 42.

²⁾ L. 31, 32.

sich aus Basalten, Melaphyren, Dioriten, Diabasen, Gabbros, Peridotiten u. a. zusammen. Gleichen Charakters, doch bedeutend erz- und metallreicher sind die Gesteine der Übergangszonen „Crofesima“ und „Nifesima“, die ihr spezifisches Gewicht wahrscheinlich auf Werte zwischen 4 und 6 erhöhen.

4. Die Barysphäre, der innerste Kern der Erde, zeichnet sich durch eine ganz bedeutende Dichte aus, welche zu $\gamma = 6 - 12 \text{ t/m}^3$ geschätzt wird. Er setzt sich vermutlich aus Legierungen gediegener Metalle zusammen, in welchen zur Hauptsache Nickel und Eisen vortreten sind, weshalb er auch etwa als „Nife“ bezeichnet wird.

Seismologische Beobachtungen haben ergeben, daß die Erdbebenwellen beim Passieren des Erdinnern plötzlichen Änderungen ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit unterworfen sind. Diese Tatsache gab Grund zur Annahme, daß dem Schalenbau der Erde ausgeprägte Dichteunterschiede zuzuschreiben sind. Unstetigkeitsflächen, welche durch die Erdbebenforschung ermittelt wurden, finden sich in 1200, 1700, 2450 und 2650 km Tiefe und fallen offenbar mit den Abgrenzungen der eben besprochenen Gesteinsschalen zusammen. (Abb. 1.)

Die feste Erdrinde baut sich, soweit sie der wissenschaftlichen Forschung erschließbar war, zur Hauptsache aus den Gesteinen der Sedimentations- und Salzzone auf, vielfach jedoch durchsetzt und überlagert mit eruptiven Ergüssen und Intrusionen der darunterliegenden „Sima“.

Der sie betreffende Faltungsvorgang bleibt ziemlich oberflächlich, erstreckt sich gemeinlich bis in die Zonen „Sal“ und „Sima“, um nur zur Seltenheit in größere Tiefen vorzugreifen. Hierbei bewirkt der Horizontalschub ein Gleiten der oberen leichteren Gesteinsschichten auf ihrer schwereren Unterlage, eine Bewegung, die sich auf einer oder mehreren Rutschflächen vollziehen oder in Differentialbewegungen nach der Tiefe hin ausgleichen kann. Dabei türmen sich die oberen Gesteinspartien zu hohen, in sich verzerrten, teilweise zerrissenen und überschobenen Faltenbildungen auf, wodurch starke örtliche Anhäufungen dieses Materials verursacht werden. Das Bestreben der Erdrinde, eine neue, sichere Gleichgewichtslage herbeizuführen (Isostasie), bewirkt in der Folge eine Verdrängung der schwereren Unterlage so weit, bis das Gewicht des überlagernden Komplexes durch den entgegenwirkenden Auftrieb getragen werden kann. So kann es nicht ausbleiben, daß der Vollzug dieses Ausgleiches einem Massendefekt an der betreffenden Stelle ruft, was neuerdings die Schwermessungen der Schweizer. Geodätischen Kommission für den ganzen Stauungsbereich des helvetischen Alpengebietes aufs schönste belegt haben¹¹. Interessant in dieser Beziehung ist, daß beispielsweise die Jurakette keinen merklichen Einfluß auf die Massenverteilung im Sinne eines Defektes ausüben konnte, was durch eine wenig tiefgreifende Faltung erklärlich wird.

Der Prozeß der Gebirgsbildung äußert sich demnach in zwei Bewegungsformen: in einer primären, der Dislokation, und in einer sekundären, der Senkung. Dieser Entwicklungsgang bezieht sich auf die Kettengebirge; daneben bieten die reinen Eruptivgebirge sowie die durch Vertikaldislokation entstandenen Plateaugebirge wenig Interessantes.

Der Faltungstiefgang, das ist die größte Tiefe der Scher-Zone unter der ursprünglichen Oberfläche, wird von Heim¹¹ für den Jura auf 0,5—1,5 km, das Gebiet der Waadtländer Voralpen auf 1—2 km und den Bezirk des Monte-Rosa-Bernina-Gebietes auf mindestens 20—25 km geschätzt. Obwohl diese Angaben sehr approximativen Charakter tragen, sprechen sie doch von Tiefen, die, wie sich später zeigen wird, für den Bestand und das Verhalten der Gesteine von großer Bedeutung sind.

Die vornehmlich dem Tertiär angehörende Auswirkung der endogenen Kräfte äußert sich in den mannigfachsten Strukturformen der heutigen Gebirgswelt, und diese bilden für den Tunnelbau ein nicht zu unterschätzendes Moment. Die Aufnahme geologischer Längs- und Querprofile des aufzuschließenden Gebirges in einem Umfange, daß darin der Aufbau des betreffenden Gebietes deutlich zum Ausdruck kommt, gehört zu den wesentlichen Vorarbeiten eines ernsthaften technischen Unternehmens. Wasserführung, Temperaturverhältnisse und der Wechsel der Gebirgsbeschaffenheit sind weitere Punkte, die für einen auszuführenden Tunnelbau von Wichtigkeit sind. Sie können aus den Profilen mit großer Bestimmtheit vorhergesagt und für die Projektierung gebührend in Berücksichtigung gezogen werden.

Der räumlich-geometrische Bau des Gebietes gelangt in statischer Hinsicht zu Bedeutung, indem durch die Gewölbewirkung einer unverletzten Auffaltung in deren Scheitel eine wirksame Entlastung, in der Gegend der Kämpfer hingegen beträchtliche zusätzliche Belastungen sowie ausgesprochen seitliche Kraftwirkungen eintreten können. Dabei beeinflussen solche Verhältnisse, wie weiter unten ausgeführt wird, die Kohäsionsbeschaffenheit des davon betroffenen Gesteins und bedingen dadurch sein unterschiedliches Verhalten in gleichmäßigen Tiefen.

Die Frage nach Wesen und Größe des Gebirgsdruckes gestattete im Grunde genommen erst dann ein wissenschaftlich genaues Erfassen, wenn unter Berücksichtigung aller bisher erwähnten Umstände die Elastizitäts- und Spannungsverhältnisse des ganzen Erdballes zu Rate gezogen würden. Abgesehen davon, daß bei dem heutigen Stande der Naturerkenntnis ein Vorstoß in dieser Richtung vergeblich wäre, liegt in ihm auch durchaus keine praktische Notwendigkeit. Die Durchführung selbst der gewaltigsten Gebirgsmassive in der größten, mit Rücksicht auf Wetterhaltung und Gebirgsdruck noch denkbaren Tiefe,

stellt inbezug auf den ganzen Erdkörper eine kaum merkbare Verletzung seiner äußersten Kruste dar und wird daher auf dessen Spannungszustand von verschwindendem Einfluß bleiben. Es erscheint deshalb durchaus geboten, die lokale Störung eines Hohlraumes nur mit Rücksicht auf seine weitere Umgebung zu untersuchen. Auf diese Weise dürfte eine angemessene Behandlung des Problems, unter Berücksichtigung des nach der Örtlichkeit eintretenden Wechsels inbezug auf die Gesteinsbeschaffenheit, sowie der Vorgeschichte des betreffenden Gebirgskomplexes, nicht jenseits erreichbarer Grenzen liegen.

Die Vorgeschichte des von Fall zu Fall in Frage stehenden Materials und die mit ihr verbundenen Spannungen bilden bei manchen Aufgaben der Elastizitätslehre ein wichtiges Moment, das nicht außer acht gelassen werden darf. So befinden sich in der Lithosphäre namentlich die tiefer liegenden Schichtkomplexe in einem durch die Druckverhältnisse vom natürlichen stark abweichenden Zustande. Dazu bewirkt die Anwesenheit dieser Anfangsspannungen die Aufspeicherung eines ganz bedeutenden latenten Arbeitsvermögens, das unter einseitiger Aufhebung des Gegendruckes frei zu werden vermag und sich dann zeitweilig in Bergschlägen äußert. Zu einer auch nur sehr angenäherten Beurteilung dieser Verhältnisse, wie sie späterhin zur Sprache kommt, bleibt die Sicherstellung eines einigermaßen zuverlässigen Deformationsnullpunktes wichtig, der nachstehend begründet werden soll.

Kein Vorgang auf diesem Planeten kann sich der Anwesenheit des Gravitationsfeldes entziehen. Das aufsteigende feurig flüssige Magma, das bis zur Erdoberfläche vordrang, hat sich unter der Wirkung der Schwere zu Decken ausgebreitet und erstarrte verhältnismäßig rasch. Das überlagernde Gestein fand später bereits eine feste Unterlage vor. Die Sedimente, meistens marine Ablagerungen, verdanken dem Schwerefeld ihre eigentliche Bildung. Der Sedimentationsprozeß geht für menschliche Begriffe äußerst langsam vonstatten, so jedenfalls, daß das Absatzmaterial unter einer relativ geringen Überlagerung verkittet und erhärtet. Ein ungeheuer Vielfaches dieser lagert sich stellenweise nachträglich über der Grundsicht auf und trifft dieselbe schon als elastisch festes Gefüge. Die Vermutung liegt daher nahe, daß sich die Eigenspannungen des Gesteins unter der vollen Überlast kaum von denjenigen unterscheiden werden, welche das elastisch feste, jedoch gewichtlose Material bei nachträglichem Verbringen in das Schwerefeld erfahren hätte. Dieser Umstand ermöglicht es, auf den spannungslosen Zustand, d. h. denjenigen unter Ausschluß des Schwerefeldes, als einen unveränderlichen Nullpunkt zurückzugreifen.

Zu den vorgeschichtlichen Erlebnissen eines Gesteines zählen auch die bei der Gebirgsbildung erlittenen Aufwölbungen, Verbiegungen,

Schiebungen usw. Die dadurch in Erscheinung tretenden Verhältnisse, welche manchenorts Ablenkungen der Schwerkewirkung zur Folge haben, können jedoch infolge ihrer Komplikation nicht in statische Betrachtungen allgemeiner Art mit einbezogen werden; ihnen kann zum Teil, schätzungsweise, durch eine Modifikation der meßbaren Überlagerung Rechnung getragen werden. Auch thermische Beeinflussungen und solche der Atmosphäriken haben vielerorts die Gesteine modifiziert; diese Veränderungen entziehen sich jedoch im Aufbau des Ganzen einer verwertbaren Erkenntnis.

Die Tatsache, daß die Gesteine bei großer Druckfestigkeit nur den 20.—25. Teil dieser Werte als Zugfestigkeit aufweisen, gestattet den Schluß, daß die von der Natur beobachteten dauernden statischen Verhältnisse vornehmlich diejenigen eines Druckgleichgewichtes sein werden.

e) Heimsche Gebirgsdrucklehre.

Wie bereits erwähnt, gründeten sich die ersten Versuche für die rechnerische Vorausbestimmung des zu erwartenden Gebirgsdruckes auf die Erddrucktheorie. Praktische Erfahrungen in kleineren bis mittleren Tiefen spiegeln sich in den bis auf heute überlieferten Bezeichnungen des First- und Seitendruckes wieder, welche Erscheinungen dann auch, den Überlagerungsverhältnissen entsprechend, eine gemeinsame oder getrennte Behandlung erfuhren (Culmann, Engesser²⁴). Ritter²³ behielt später die Berechnungsweise Culmanns für den Seitendruck bei und bestimmte den Firstdruck als das Gewicht des auf der First lastenden spannungslosen Gesteinskörpers von parabolischer Begrenzung, eine Betrachtungsweise, welche sich mit einigen Erweiterungen bis auf den heutigen Tag erhalten hat²⁶. Ein Punkt jedoch wurde stets außer acht gelassen, auf den Ržiha schon 1872 in seinem „Lehrbuch der gesamten Tunnelbaukunst“ hinwies: „Gewisse Gebirgsarten, sei es, daß sie sich in einem Zustande von Zähflüssigkeit befinden, welcher sich dem hydrostatischen Drucke annähert, äußern in der Sohle des Baues einen enormen Druck.“ Die zeitweilig unleugbare Allseitigkeit des Gebirgsdruckes blieb bis dahin unaufgeklärt.

Auf Grund eingehender Forschungen über den Mechanismus der Gebirgsbildung veröffentlichte im Jahre 1878 der Geologe Prof. A. Heim die Grundlage zu einer neuen Theorie des Gebirgsdruckes, die sich wie folgt formuliert¹⁾:

In einer gewissen Tiefe unter der Erdoberfläche sind die Gesteine eben bis an ihre rückwirkende Festigkeit belastet. Ein Gesteinswürfel, welcher sich unterhalb dieser kritischen Stelle befindet, müßte unfehlbar zu Pulver zerquetscht werden, vorausgesetzt, daß er von

¹⁾ L. 3—11.

den umgebenden Gesteinsmassen befreit wäre. Zweifellos sucht er in seinen kleinsten Teilen seitlich auszuweichen, bleibt jedoch an jeder Bewegung restlos verhindert, da die nach allen Richtungen anstoßenden Gesteinsteilchen weder einen Unterschied in ihrer Belastung, noch in ihrer Bewegungstendenz aufweisen. Der dadurch wirksam gewordene allseitige Druck zieht eine Kohäsionsverminderung des Gesteins nach sich, welche dasselbe in einen latent plastischen Zustand überführt, der durch die geothermische Erwärmung noch eine Förderung erfährt. Die Verhältnisse, die sich hinsichtlich des Schweredruckes einstellen, müssen ähnlicher Natur wie diejenigen in einer Flüssigkeit sein, d. h. der Druck wird sich nach allen Seiten hin in fast unveränderter Größe fortpflanzen. Der fundamentale Unterschied, den das latent plastische Gestein gegenüber einer Flüssigkeit aufweist, besteht darin, daß bei ersterem ein Fließen bei Gleichgewichtsstörung erst dann eintreten kann, wenn die nicht unbedeutlichen innern Hemmungen — Reibung und Festigkeit — überwunden sind, was nur sehr allmählich und langsam im Laufe der Zeit erfolgen wird.

Im Hinblick auf die Vorgänge bei der Gebirgsbildung, die sich erst unter der Einwirkung eines gewaltigen Horizontalschubes vollziehen können, läßt sich die Heimsche Lehre mit des Verfassers eigenen Worten kurz ausdrücken: „Überlastung macht deformierbar, Dislokation deformiert“¹⁾. Und da nun zur Zeit der Faltenhebung plastische und spröde Gesteine wahllos miteinander deformiert worden sind, werden sich in der Natur alle Übergänge der mechanischen Umformungen von der vollkommen plastischen bis zur vollkommen spröden mit Bruch vorfinden müssen, im großen und ganzen nach den Tiefenlagen der betroffenen Gesteinskomplexe im Zeitpunkte der Auffaltung geordnet.

Die Heimsche Gebirgsdrucklehre trägt in bezug auf das Postulat latenter Plastizität rein induktiven Charakter und wagt sich einzig in der Frage nach deren Ursächlichkeit in das Gebiet der Hypothese. In diesem Punkt hat sie durch die Erfahrung ihre Bestätigung gefunden, nachdem die Versuche einer Reihe von Wissenschaftlern die Plastizität eines allseitig gedrückten, selbst spröden Materials dargetan hatten. Schon 1884 gelang es Kick⁷² Marmor, 1890 Alaun plastisch umzuformen. Spätere Versuche von Adams und Nicholson, Tammann und Faust, Spring, Tresca, Rinne u. a. m. zeitigten dasselbe Ergebnis. Die jüngste Bestätigung findet die Heimsche Auffassung in den von Kármán durchgeführten „Festigkeitsversuchen unter allseitigem Druck“⁶². Dort zeigt das mikroskopische Bild des umgeprägten Marmors eine lebhaftige Zwillingsbildung der Kalzitkristalle, dasjenige des Sandsteines eine plastische Verformung der Glimmerblättchen. Parallel dieser innern Änderung der Kristallite geht eine

¹⁾ L. 8, S. 52.

gegenseitige Verschiebung derselben; erstere erscheint namentlich unter hohem, letztere unter niedrigerem allseitigem Druck. Versuche mit spiralumschnürtem Beton haben selbst für dieses regellos gefügte Material eine auffallende Plastizität erwiesen.

Für die prinzipielle Richtigkeit der Heimschen Auffassung fehlt es in der Natur selbst nicht an untrüglichen Beweisen. Prähistorische Stollen haben sich im Laufe der Zeit von allen Seiten her vollständig geschlossen; heute bestehende zeigen andauernde Tendenz hierzu. Die ersten Anzeichen für den beginnenden Schluß eines Hohlraumes in latent plastischen Tiefen sind nach Heim in den Bergschlägen zu sehen, womit ihnen jedoch eine solche Bedeutung nicht ausschließlich zugeschrieben werden soll.

Für die mathematische Verwertung dieser auf dem Erfahrungswege einwandfrei festgestellten Tatsachen muß nun versucht werden, ihnen einen der mathematischen Formulierung nahestehenden physikalischen Sinn zuzuweisen. Dazu ist es aber notwendig, den Begriff der latenten Plastizität zunächst eindeutig und klar zu umschreiben. Entsprechend der Heimschen Auffassung muß darunter der Zustand eines unter Normaldruck wenig formbaren Materials verstanden werden, das, bestimmten äußern Bedingungen unterstellt, die man etwa als Zustandsbelastung bezeichnen könnte (gleichförmiger Überdruck), in die Lage kommt, jetzt aufgesetzten eigentlichen Deformationsbelastungen von gewissen Punkten an (Fließgrenze) wenig oder gar keinen Widerstand mehr entgegenzusetzen. Das Arbeitsdiagramm biegt dann von einem steil ansteigenden Teilstück ziemlich unvermittelt in die Horizontale ein, um von da an, bei gleichbleibender oder schwach zunehmender Last, dauernd große Verformungen zu zeigen. Eine eigentliche Bruchgrenze existiert hier nur noch bei außerordentlichen Überlasten, vielleicht auch überhaupt nicht mehr, sofern die Zeit den Verformungen als begünstigender Faktor zur Seite steht.

Wohl außer Zweifel ist dadurch die Materie in ihren Beziehungen kleinster Teilchen den Flüssigkeiten nähergerückt, und diese Annäherung wird auch in einer diesen letzteren und den festen Körpern gemeinsamen physikalischen Größe ihren greifbaren Ausdruck finden müssen. Als solche existiert die Querkontraktionszahl μ , welche direkt als Gradmesser der einem bestimmten Stoffe innewohnenden Inkompressibilität angesprochen werden kann. Damit wird die Aufmerksamkeit auf eine zwischen latenter Plastizität und Inkompressibilität bestehende Wechselbeziehung hingelenkt. Wie stehen sich nun nach bisherigen Erfahrungen diese beiden Begriffe gegenüber?

Was bis heute an zuverlässigem Beobachtungsmaterial über die Zahl μ niedergelegt wurde, muß seinem Umfange nach eher als spärlich

bezeichnet werden; unter Abschnitt 3 wird ausführlicher darauf einzutreten sein. Als deutlichen Anhaltspunkt läßt es immerhin erkennen, daß die Größe μ mit steigenden Deformationslasten eine rasche Abnahme zeigt, um in der Nähe der Bruchgrenze linearer Kraftwirkung nur wenig mehr über dem der Inkompressibilität zukommenden Werte zu verharren. Nun deckten die im Anschluß an die Kármánschen Versuche⁶² durchgeführten mikroskopischen Gesteinsuntersuchungen, wie eben erwähnt, zwei verschiedene Möglichkeiten der bleibenden Formänderung auf: die gegenseitige Verschiebung der Kristallite und die innere Änderung derselben. Da die letztere bei hohen allseitigen Drücken immer mehr an Intensität gewinnt, wird sie zu Beginn des plastischen Verhaltens spröder Stoffe vermutlich auch schon vorherrschend sein. Dagegen macht aber die fortbestehende Möglichkeit der Zwillingbildung darauf aufmerksam, daß eine an die vollkommene Unzusammendrückbarkeit reichende Verdichtung bis dahin gleichwohl nicht statthaben konnte, wenn die Annäherung ihres zahlenmäßigen Äquivalentes an den Grenzwert 2 auch schon eine recht innige ist.

Die genannten Versuche bezeugen, daß Marmor und Sandstein durch eine Zustandsbelastung (allseitiger Druck) von 700—800 Atm. in das Gebiet einer plastischen Charakteristik übertreten. Da dieser Horizontaldruck zufolge seiner Abhängigkeit von μ , wie die Summation

$$\sigma_H = \int \frac{d\sigma_V}{\mu - 1}$$

verdeutlicht (§ 5, b), in der diesem Vertikaldrucke entsprechenden Überlagerungstiefe bei weitem nicht erreicht sein kann, der erforderliche allseitige Druck trotz der bis an die Bruchgrenze reichenden Überlastung somit noch aussteht, muß sich die latente Plastizität der Gesteine jedenfalls erst in bedeutenderen Tiefen finden, als wie sie von Heim bisher gefordert wurden. Allerdings könnten tektonische Restspannungen, als deren Wirkungsfeld vorzüglich die Horizontalebene erscheint, in dieser Beziehung einen Ausgleich schaffen. Soviel jedoch die Erdbebenforschung lehrt, können erst in 15—20 km Tiefe aktive Faltungskräfte in Tätigkeit sein, deren Einfluß in der Nachbarschaft der stark erodierten Oberfläche, also auch für die bisher erreichten und vielleicht allein zugänglichen Tiefen, praktisch bedeutungslos bleibt.

Damit gleichbedeutend ist, nach Sinn und Ursache, die Aussage, daß in größeren Tiefenlagen eine nach allen Seiten gleich wirkende Druckverteilung physikalisch nicht bedingt und daher auch unwahrscheinlich ist (vgl. Abschnitt 3). Immerhin wird der wachsenden Tiefe durch Zurücktreten der gegen die Oberfläche zu herrschenden Verhältnisse und langsames Überwiegen anderweitiger Faktoren, wie die zunehmende Temperatur und die Ringspannung, eine gesteigerte Gleichförmigkeit entsprechen.

Es mag hier gleich erwähnt sein, daß dem Querkontraktionskoeffizienten leicht eine erweiterte Bedeutung beizulegen ist. Bildet man das Verhältnis der unter allseitigem Umschluß bestehenden Vertikal- und Seitenspannungen

$$\frac{p_v}{p_s} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} = (\mu - 1),$$

so läßt sich aus ihm μ ausziehen zu

$$\mu = 1 + \frac{p_v}{p_s}. \quad (1)$$

Diese Fassung erlaubt eine Begriffsübertragung von μ auch auf lockere, kohäsionslose Massen, wie Kies, Sand, Gerölle usw., die unter den gleichen Bedingungen wie die festen Gesteine stehen, und gestattet auch von dieser Seite eine einheitliche Auffassung des ganzen in Betracht zu ziehenden gemischten Gebirgskörpers (vgl. auch Abschnitt 3).

Bereits anläßlich der Problemstellung wurden zwei Erscheinungsformen des Gebirgsdruckes, die primären und sekundären Belastungen, unterschieden. Die bisherigen Erfahrungen des Tunnelbaues deuten darauf hin, daß man es im Falle eines äußern Druckes meistens mit einer komplexen Erscheinung zu tun haben wird, deren primärer Anteil (Deformationsdruck) gewöhnlich zurücktritt. Es wird sich später zeigen, daß der Deformationsdruck unter kleineren Überlagerungen vielfach einer ungewohnten Belastungsart rufen würde, oft auch zahlenmäßig die zeitweilig katastrophalen Drücke unerklärt ließe. In großer Tiefe aber, wo etwa latent plastisches Gestein zu erwarten wäre, tritt er entschieden in den Vordergrund, in Zwischenstufen positiv sekundiert durch zusätzliche Belastungen zermürbter, der Kohäsion beraubter, größerer Gesteinskomplexe.

Die überwiegende Entfaltung der einen oder anderen dieser Erscheinungsformen des Gebirgsdruckes ist zur Hauptsache von der Tiefenlage der Tunnelbauten und dann vorzugsweise von der örtlichen Kohäsionsbeschaffenheit des Gebirges und dem Maß seiner Durchfeuchtung oder Durchnässung abhängig. Nach diesen Gesichtspunkten kann die nachstehende Unterscheidung der Gesteinsmaterialien getroffen werden, in welcher jedoch der Feuchtigkeitsgehalt nicht speziell berücksichtigt wurde, da er durchgehends die Gefährlichkeit der Gebirgsarten erhöht.

1. Kohäsionsloses Material, umfassend die Erd- und lockeren Gesteinsarten: Schutt, Gerölle, Sand, zermalmtes und zerquetschtes Gebirge in der Nähe von Verwerfungsstellen usw., sowie wenig kohärente Sedimente: Lehm, Ton und leicht zusammengebackenes kohäsionsloses Material usw. Diese Gebirgsarten können besonders unter Zutritt von Wasser äußerst gefährlich werden. Sie neigen bei Gleichgewichts-

störungen an oder nahe der Oberfläche stark zur Gleitflächenbildung, wodurch für sie Betrachtungen nach Art der Erddrucktheorie (Culmann, Engesser, Résal), unter den gemachten Einschränkungen, prinzipiell als gerechtfertigt erscheinen.

2. Kompaktes Gestein, mit Ablösungsflächen durchsetzt, daher an Stellen vorherrschender Zugkräfte zu keinem Widerstande befähigt, wodurch solche dem langsamen Einsturze ausgesetzt sind oder aber der Stützung durch Gewölbe bedürfen. Hierher gehören die zur Zeit der Gebirgsbildung obersten Schichtkomplexe, deren Umformung vorwiegend mit Bruch erfolgte³. Des weiteren oberflächlich anstehendes, ursprünglich kompaktes Gestein, durch Verwitterungseinfluß tiefgehend zerklüftet.

3. Kompaktes Material, überwiegend plastischer Umformung, den tieferen Schichtenlagen zur Zeit der Gebirgsbildung entstammend³, je nach dem Verwitterungsgrade der betreffenden Auffaltung anstehend oder erst in größerer Tiefe zu treffen. Es eignet sich ebensogut zur Verwirklichung eines Zug- oder Druckgleichgewichtes, solange die entsprechenden Festigkeiten nicht überschritten werden.

4. Latent plastisches oder von Natur plastisches Gestein in größerer Tiefe. Dem latent plastischen Zustande können alle Gebirgsarten angehören¹⁾.

Die Felsarten der letzten drei Gruppen verlangen unter allen Umständen ein Eintreten auf ihre Elastizitätsverhältnisse.

Gewöhnliche Untertunnelungen können in Zonen aller erwähnten Felsarten und in jede Tiefe fallen. Sie zeigen dementsprechend im gewölbten oder ungewölbten Zustande ein ungemein wechselvolles Verhalten. Druckstollen folgen meist den Talwandungen und durchschneiden seltener quer ein Gebirge. Sie befinden sich deshalb immer unter einer verhältnismäßig geringen Überlagerung. Da die lockeren Bodenarten durch sie möglichst gemieden werden, finden sie sich größtenteils in den Felsarten 2 und 3. Ihr Ausbau, der bisher fast ausschließlich in Beton erfolgte, hat je nach der Tiefenlage der Hauptsache nach einem innern bzw. auch einem äußern Überdrucke zu widerstehen. Soll die Auskleidung ihren Zweck erfüllen, so muß sie sachgemäß, den Deformationen entsprechend, ausgeführt werden und vor Rissen möglichst bewahrt bleiben.

¹⁾ L. 3 bis 10, namentlich L. 3 und 8

2. Das ungestörte Gebirge.

Vor die Aufgabe gestellt, die Spannungsverhältnisse im Innern eines Gebirgsmassives aufzudecken, wird man, der Praxis dienenden Zielen entgegenstrebend, von vornherein auf Exaktheit der Lösung verzichten; dies erscheint schon durch die Schwierigkeiten geboten, die eine solche in sich birgt. Doch ohnedies soll in den nachfolgenden Entwicklungen von einer umfassenderen Miteinbeziehung von Einzelfragen, soweit sie der Behandlung allenfalls noch zugänglich wären, gleichwohl abgesehen werden, da sie den Blick für die größeren Umrisse des Problems nur in unerwünschter Weise trüben würde. Die der mathematischen Behandlung voranzustellenden Annahmen sind demgemäß mit einer einfachen und klaren Vorstellung zu verknüpfen, über deren Zulässigkeit man sich jederzeit leicht und sicher Rechenschaft ablegen kann.

Es sind daher naheliegende Gründe, weshalb in diesen Untersuchungen ausnahmslos kreisförmige Ausbruchsprofile einer Betrachtung unterzogen werden. So sehr diese Vereinfachung auf den ersten Blick auch als starke Einschränkung empfunden werden mag, so sehr erscheint sie durch das Ergebnis dieser Darlegungen als gerechtfertigt. Bereits macht übrigens die Baupraxis von kreisförmigen Querschnitten ausgiebig Gebrauch, und sie hat diese in neuerer Zeit auch im Tunnelbau mit Recht zur Anwendung gebracht (Unterwassertunnel, Druckprofile¹), Druckstollen usw.). Dazu kommt, daß den vorliegenden Untersuchungen in vielerlei Hinsicht nur prinzipielle Bedeutung zuerkannt werden kann. Sie darf daher auch ohne Bedenken auf andere, der Kreisform nahestehende Profile übertragen werden, selbst wenn sich diese ganz oder teilweise aus geradlinigen Elementen zusammensetzen sollten, um so mehr als diese Ausbruchsformen bei Festigkeitsüberschreitungen stets die Neigung haben werden, schroffe Übergänge auszurunden, um sich damit in ihren Hauptumrissen der Kreisform anzunähern.

Für die Betrachtung der Spannungsverhältnisse in der Umgebung kreisförmiger Ausbruchsquerschnitte ist die Einführung von Zylinderkoordinaten r , φ , z am zweckmäßigsten. Liegt beispielsweise die z -Koordinate in Richtung der Stollenachse, x horizontal, y vertikal in deren Normalebene, dann besteht zwischen den Cartesischen und Zylinderkoordinaten der bekannte Zusammenhang (Abb. 2 u. 3)

$$z \equiv z; \quad x = r \cdot \cos \varphi; \quad y = r \cdot \sin \varphi.$$

Um den Schwierigkeiten der Betrachtung des den Stollenhohlraum umlagernden Gebirgskomplexes als Ganzes zu entgehen, zerlegt man diesen durch Ebenen normal zur Stollenachse — diese als annähernd horizontal vorausgesetzt — in zahllose Scheiben von unendlich kleiner

¹) Beispw. Druckprofil der italienischen Staatseisenbahnen: L. 1, S. 213.

Dicke dz . Man kann sich dann, unter Rücksichtnahme auf die speziellen Verhältnisse ihrer örtlichen Lage, wie sie durch den Zusammenhang mit dem Gebirgsanzug bedingt sind, auf die Untersuchung des Spannungszustandes einer solchen Scheibe beschränken, deren Kräfteverteilung als diejenige eines einzelnen Stollenquerschnittes anzusehen ist.

Die verschwindende Dicke dieser Gesteinsscheiben bringt es mit sich, daß die Oberflächenkontur des Gebirges im Längenprofil ohne weiteres durch einen staffelförmigen Linienzug ersetzt werden kann (Abb. 2). Die obere Begrenzung der einzelnen Staffeln wird durch eine die Umrisse des Querprofils an jener Stelle ausgleichende horizontale Gerade bestimmt. Von der Notwendigkeit dieser Vereinfachung ab-

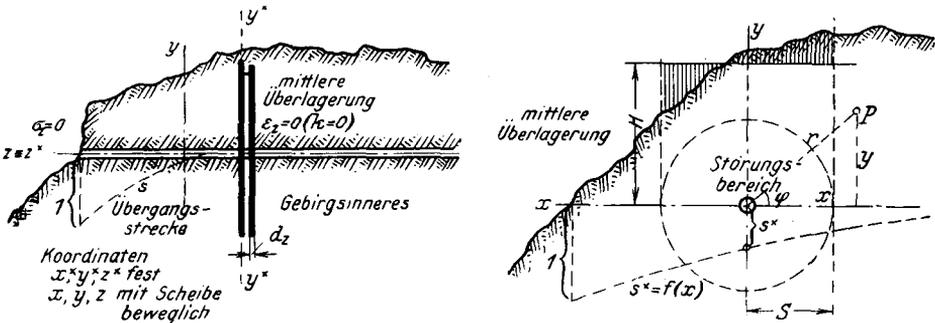


Abb. 2 u. 3. Dehnungsverhältnisse nach x und z des scheibenförmig unterteilten Gebirges.

gesehen, wird es sich im Laufe der Entwicklungen zeigen (§ 7, a), daß sie nicht erzwungener Natur ist, da die durch den Ausbruch eines Hohlraumes hervorgerufene Störung praktisch durchaus begrenzt ist, das Querprofil demgemäß nur auf eine kleinere Strecke einer Abgleichung bedarf. Bezeichnet S den Radius des gestörten, annähernd kreisförmigen Feldes, dann dürfte es genügen, den Flächenausgleich auf der Basis $2S$ zu bewerkstelligen.

Damit wird der Einfluß der durch die topographische Gestaltung hervorgerufenen, nach dem Berginnern zu sich verlierenden Schubspannungen auf Spannungen und Verformungen in der Umgebung des Hohlraumes vernachlässigt. Es dürfte dies in Anbetracht der meist verhältnismäßig großen Dimensionen in Über- und Vorlagerung ohne weiteres zulässig sein. Mit Ausnahme der im Gebirgsinnern liegenden Scheibe werden sich späterhin gleichwohl Schubspannungen mit Wirkungsebenen normal zur Scheibenfläche vorfinden, die jedoch in der Approximation an einen dreiachsigen Spannungszustand begründet liegen.

Die Dehnungsverhältnisse dieser Scheiben in Richtung der Achse z werden vom Stollennern nach dem Stollenausgang hin einem stetigen

Wechsel unterworfen sein. Während in den Tiefen des Gebirges ein seitliches Ausweichen der Scheibenfläche durch den Widerstand des ganzen übrigen Gebirgskomplexes unmöglich ist, eine Dehnung ε_z sich also offenbar nicht auswirken kann, verrät sich die Nähe der Oberfläche durch wachsende Deformationsfreiheit, die in ihr selbst eine ganz vollkommene wird, und dort im Verschwinden der Spannung σ_z ihren Ausdruck findet. Die mit diesem Wechsel in Beziehung stehenden Schubspannungen müssen natürlich im folgenden auch außer Acht gelassen werden.

Vornehmlich um die genannten beiden Grenzfälle, die in ihrem gegenseitigen Verhalten von Interesse sind, in ein und dieselbe Lösung einzuschließen, soll diese Änderung durch Einführung eines Faktors s berücksichtigt werden, dessen zahlenmäßiger Wert für Zwischenstellungen jedoch von Fall zu Fall der Schätzung oder einer angenäherten theoretischen Berechnung anheimzustellen wäre.

Ganz ähnlich verlaufen die Dehnungen in Richtung der Achse x , nur können diese, da sie über die volle Breite des Störungsgebietes zu berücksichtigen sind, für die ganze Scheibe nicht ohne weiteres als konstant angenommen werden (Abb. 3). Da es sich auch hier zur Hauptsache darum handelt, zwei extreme Achslagen eines Tunnelhohlraumes — entsprechend $\varepsilon_x = 0$ und $\sigma_x = 0$ — in derselben Lösung zu beherrschen, genügt es vollkommen, dem Dehnungswechsel durch Einführung eines linear veränderlichen Mittelwertes $s^* \varepsilon_x$ Rechnung zu tragen.

Der Einfluß einer Störung im Gebirgsinnern beschränkt sich auf die weitere Umgebung ihres Ausgangspunktes, so daß in absehbaren Entfernungen wieder Verhältnisse zu erwarten sind, welche dem ungestörten Zustande entsprechen. Bevor jedoch zur Herleitung dieser grundlegenden Anfangsspannungen geschritten werden soll, möge geprüft werden, welche Stellung die durch die eingeführten Voraussetzungen ermöglichte Spannungsermittlung zur Elastizitätslehre einnimmt. Diese Vorbetrachtung bildet eine Erleichterung für die späteren Ableitungen und läßt ein sicheres Urteil über die Vertrauenswürdigkeit der praktischen Folgerungen zu.

§ 1. Allgemeines über den Spannungszustand einer aus dem Gebirgsganzen gelösten, ideellen Scheibe.

Bekanntlich werden Spannungs- und Deformationszustand eines beliebig geformten, homogenen, isotropen Körpers aus neun Gleichungen ermittelt; die hier, bequem für die folgenden Entwicklungen, in Zylinder-

koordinaten wiedergegeben sind. Die Sicherung des inneren Gleichgewichtes erfordert die Erfüllung der Spannungsgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rt}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} + R &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{rt}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_t}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{tz}}{\partial z} + \frac{2 \tau_{rt}}{r} + T &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{tz}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + Z &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

wo R , T und Z die Komponenten der Massenkraft, bzw. nach den Richtungen des Radius, der Tangente und der Achse z , bedeuten.

Hierzu treten zur Festlegung eines möglichen Formänderungszustandes sechs Elastizitätsgleichungen, wovon sich drei auf die Normalspannungen

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2G \left\{ \varepsilon_r + \frac{\varepsilon_v}{\mu - 2} \right\} = \frac{\mu E}{\mu + 1} \left\{ \frac{\partial \Delta r}{\partial r} + \frac{\varepsilon_v}{\mu - 2} \right\} \\ \sigma_t &= 2G \left\{ \varepsilon_t + \frac{\varepsilon_v}{\mu - 2} \right\} = \frac{\mu E}{\mu + 1} \left\{ \frac{\Delta r}{r} + \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial \varphi} + \frac{\varepsilon_v}{\mu - 2} \right\} \\ \sigma_z &= 2G \left\{ \varepsilon_z + \frac{\varepsilon_v}{\mu - 2} \right\} = \frac{\mu E}{\mu + 1} \left\{ \frac{\partial \Delta z}{\partial z} + \frac{\varepsilon_v}{\mu - 2} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

und drei weitere auf die Tangentialspannungen

$$\begin{aligned} \tau_{rt} &= G \cdot \chi_z = \frac{\mu E}{2(\mu + 1)} \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Delta r}{\partial \varphi} + r \cdot \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial r} \right\} \\ \tau_{rz} &= G \cdot \chi_t = \frac{\mu E}{2(\mu + 1)} \left\{ \frac{\partial \Delta r}{\partial z} + \frac{\partial \Delta z}{\partial r} \right\} \\ \tau_{tz} &= G \cdot \chi_r = \frac{\mu E}{2(\mu + 1)} \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Delta z}{\partial \varphi} + r \cdot \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial z} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

beziehen. In ihnen bedeutet ε_v die Volumendehnung, welche sich ausführlicher zu

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_t + \varepsilon_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \Delta r) + \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta z}{\partial z}$$

schreiben läßt. Die Gesamtheit dieser neun Gleichungen genügt eben zur Bestimmung der in gleicher Zahl vorhandenen unbekanntenen Spannungs- und Verschiebungsgrößen, welche als Funktionen von r , φ und z aus ihnen hervorgehen.

Setzt man nun, im Sinne der vorausgehenden Betrachtungen, zwecks Beschränkung auf die Scheibenebene (r , φ) und in Anlehnung an einen der vorgenannten Grenzfälle ($\varepsilon_z = 0$) zunächst

$$\tau_{rz} = \tau_{tz} = 0; \quad \sigma_z = \psi(r, \varphi), \quad (5a)$$

wovon der Ausdruck von σ_z gleichbedeutend ist mit einem Ansatz $\Delta z = k \cdot z + c$ für die Verschiebung in Richtung z , so wird die dritte der Gleichungen (2) identisch erfüllt, da die Massenkraft keine Komponente nach Richtung z aufzuweisen hat. Die beiden restlichen Bedingungen reduzieren sich auf

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{rt}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} + R &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{rt}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_t}{\partial \varphi} + 2 \cdot \frac{\tau_{rt}}{r} + T &= 0 \end{aligned} \quad (2a)$$

mit zwei Komponenten der Massenkraft (Abb. 4)

$$R = -\gamma \cdot \sin \varphi; \quad T = -\gamma \cdot \cos \varphi.$$

Die Gleichgewichtsbedingungen (2a) können jetzt durch die Ableitungen einer einzigen Funktion $F = f(r, \varphi)$, der sog. Airyschen Spannungsfunktion, befriedigt werden, was durch Einkleidung der Spannungskomponenten in die Form

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + 2\gamma \cdot r \cdot \sin \varphi, \\ \sigma_t &= \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + 4\gamma \cdot r \cdot \sin \varphi, \\ \tau_{rt} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) - \gamma \cdot r \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (5)$$

zu erreichen ist. Die Richtigkeit dieser Behauptung läßt sich durch Verifikation leicht beweisen.

Damit aber die Spannungen (5) einem wirklichen Formänderungszustande entsprechen, muß F die für sie aus den Gleichungsgruppen (3) und (4) erstehende Bedingungsungleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} \right) = 0 \quad (6)$$

erfüllen. Föppl¹⁾ hat gezeigt, daß diese Differentialgleichung durch die Einführung eines Schwerfeldes konstanter Beschleunigung, wie es an der Erdoberfläche vorausgesetzt werden darf, unberührt bleibt. Ein Teil ihrer allgemeinen Lösung²⁾ wird zur Festlegung der Grundformeln gestörter Spannungsgebiete an späterer Stelle dienlich sein.

Der durch die Gleichungen (5) und (5a) dargestellte Spannungszustand soll noch einer eingehenderen Prüfung unterzogen werden, um dessen Stellung zu Problem und Elastizitätslehre hinreichend kennenzulernen.

¹⁾ Vgl. L. 42, V.

²⁾ Vgl. L. 40, 41 und 42.

Genau erfüllt wird der ebene Spannungszustand einzig unter der oben angeführten Voraussetzung

$$\Delta z = k \cdot z + c. \quad (7b)$$

Hierbei nimmt die dritte Normalspannung σ_z den aus (7a) hervorgehenden Wert $\sigma_z = \left\{ E k + \frac{\sigma_r + \sigma_t}{\mu} \right\}$ an. Dieser Fall entspricht mit $k = 0$ den einleitend hervorgehobenen Verhältnissen einer tief im Gebirgsinnern stehenden Scheibe, welcher ein Ausweichen in Richtung der Stollenachse durch die anstoßenden Gebirgsmassen vollkommen verunmöglicht wird. Auf ihn bezieht sich der wichtigste Teil aller späteren Betrachtungen.

Ein zweiter Grenzfall verwirklicht sich angenähert am Stollenmund, durch das Verschwinden der Spannung σ_z gekennzeichnet. Das hat zur Folge, daß die entsprechende, aus

$$\varepsilon_z = \frac{\partial \Delta z}{\partial z} = \frac{1}{E} \left\{ \sigma_z - \frac{\sigma_r + \sigma_t}{\mu} \right\} \quad (7a)$$

unmittelbar hervorgehende Verschiebung

$$\Delta z = - \frac{\sigma_r + \sigma_t}{\mu E} \cdot z + \Phi_1(r, \varphi) \quad (7)$$

dem obigen Ansatz (7b), mit Ausnahme des ganz speziellen Falles $\sigma_r + \sigma_t = \text{const. und } \Phi_1 = 0$, nicht mehr genügt. Die Spannungsverteilung der sich frei deformierenden äußersten Scheibe kann daher mit Hilfe der Airyschen Spannungsfunktion nur noch angenähert ermittelt werden.

Immerhin zeigt sich diese Annäherung von der genauen Lösung nicht weit abgehend. Zunächst ist ersichtlich, daß auf Grund des eben ermittelten Wertes (7) für Δz die Spannung σ_z , mit besonderer Rücksicht auf die Gleichungen (2), keinen grundsätzlich falschen Einschlag erhält. Dagegen verschwinden jetzt die Schubspannungen

$$\tau_{rz} = G \cdot \frac{\partial \Delta z}{\partial r} \quad \text{und} \quad \tau_{tz} = \frac{G}{r} \cdot \frac{\partial \Delta z}{\partial \varphi}$$

nicht mehr. Wird aber Φ_1 in Δz so festgelegt, daß die Verschiebung in der Scheibenmitte ($z = 0$) verschwindet, so besagt die Beziehung

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \tau_{rz}) = - \frac{\partial \tau_{tz}}{\partial \varphi} \quad (8)$$

— durch Ausführung der Operation nach Berücksichtigung der Gleichungen (5) und (6) leicht ersichtlich —, daß der dritten der Gleichungen (2) auch durch den erweiterten Ansatz (7) Genüge getan wird.

Überdies verschwinden für die Scheibenmitte $z = 0$ die beiden Spannungen τ_{rz} und τ_{tz} , so daß in ihr die Gesamtheit aller neun Bedingungengleichungen erfüllt bleibt.

Um die Grenzfälle $\varepsilon_z = 0$ und $\sigma_z = 0$ in dieselbe Lösung zusammenzuschließen, werde dem Ansatz (7) ein mit z^* (Abb. 2) variabler echter Bruch als Faktor s vorgesetzt

$$\Delta z = -s \cdot \frac{\sigma_r + \sigma_t}{\mu E} \cdot z, \quad (9)$$

mit dem sich die Axialspannung auf

$$\sigma_z = E \cdot \varepsilon_z + \frac{\sigma_r + \sigma_t}{\mu} = (1 - s) \cdot \frac{\sigma_r + \sigma_t}{\mu}, \quad (10)$$

die übrigen Spannungswerte auf eine aus dem nächsten Paragraphen ersichtliche Form ergänzen.

§ 2. Anfangsspannungen des Gebirges im unverletzten Zustande.

Form seiner Spannungen im Störungsfalle.

Nach Klarstellung des einzuschlagenden Weges, sowie des Grades seiner Zuverlässigkeit, kann zur Aufstellung der Airyschen Spannungsfunktion für das ungestörte Gebirge, die im Hinblick auf die nachfolgenden Deduktionen erwünscht ist, übergegangen werden.

Zu diesem Zwecke werde zunächst ein Koordinatensystem $x' y' z'$ mit x' in die geradlinige horizontale Oberfläche der zu betrachtenden Scheibe gelegt (Abb. 4). Führt man jetzt in beliebiger Tiefe y' einen Schnitt normal zur gleichbenannten Achse, dann können die in den Trennungsflächen übertragenen Spannungen zu

$$\sigma_{y'} = -\gamma \cdot y' \quad (11)$$

angegeben werden. Das erhellt aus der Tatsache, daß zufolge der gemäß Voraussetzung herrschenden Symmetrie in keiner der beliebigen Vertikalebene Schubspannungen übertragen werden können.

Wird zum ersten eine vollkommene Behinderung der Dehnung nach x' vorausgesetzt ($\varepsilon_{x'} = 0$), dann zeigt $\sigma_{x'}$ auf Grund der Elastizitätsbeziehungen (3) mit dem früher eingeführten Faktor s nachstehende Veränderung:

$$\varepsilon_{x'} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} s = 0 \text{ oder } \varepsilon_z = 0 : \quad \sigma_{x'} = \frac{\sigma_{y'}}{\mu - 1} \\ s = 1 \text{ oder } \sigma_z = 0 : \quad \sigma_{x'} = \frac{\sigma_{y'}}{\mu} \end{array} \right.$$

Die Dehnungsmöglichkeit nach z' gelangt demnach im Nenner von $\sigma_{x'}$ zur Geltung, läßt aber natürlicherweise $\sigma_{y'}$ als Ausfluß allein der Massenkräfte unverändert. Schreibt man diesem Nenner einen linearen Zusammenhang mit s zu, so bestimmt er sich durch die obigen zwei Festpunkte zu $N = s + \mu - 1$, und die Spannung $\sigma_{x'} = \frac{\sigma_{y'}}{s + \mu - 1}$ ist zu weiterer Ergänzung bereit.

In ihr blieb nämlich die Dehnung in Richtung x' noch unberücksichtigt, welche, ähnlich wie $\varepsilon_{z'}$ von der Oberfläche dem Berg-

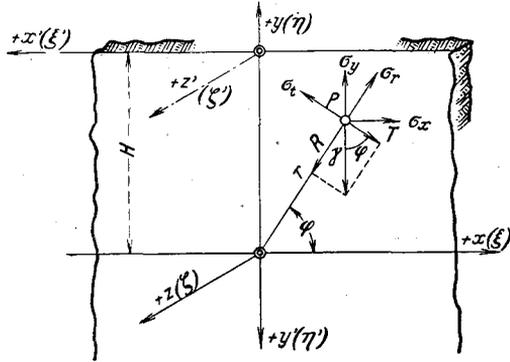


Abb. 4. Koordinatensysteme.

innern zu variabel verläuft (Abb. 3). In Ausführung des früher Gesagten bringt man mit einem konstanten Mittelwert s^* die Spannung $\sigma_{x'}$ am einfachsten auf die Form

$$\sigma_{x'} = (1 - s^*) \cdot \frac{\sigma_{y'}}{s + \mu - 1}. \quad (12)$$

Sie bildet in Verbindung mit den übrigen Spannungswerten

$$\sigma_{y'} = -\gamma \cdot y' \quad \text{und} \quad \sigma_{z'} = \frac{1-s}{\mu} (\sigma_{x'} + \sigma_{y'}) \quad (12 \text{ a})$$

die Unterlage zur Ableitung der gewünschten Spannungsfunktion, die sich nun wie folgt gestaltet.

Aus

$$\sigma_{y'} = \frac{\partial^2 F'}{\partial x'^2} = -\gamma \cdot y'$$

geht durch zweimalige Integration

$$F' = -\gamma \cdot y' \cdot \frac{x'^2}{2} + x' \cdot f_1(y') + f_2(y') \quad (12 \text{ b})$$

mit zwei noch unbekanntten Funktionen $f_1(y')$ und $f_2(y')$ hervor, zu deren Bestimmung man zweckmäßig von $\varepsilon_{x'}$ ausgeht.

Hier und in der Folge lassen sich durch die Einführung der abgekürzten Schreibweise

$$1. \quad \mu_n = \frac{1}{\mu} \{(\mu + 1)(\mu - n) + n \cdot s\}_{n=0,1,2,3 \dots} \quad (13 \text{ a})$$

und

$$2. \quad \mu_{n/m} = \frac{1}{\mu} \{(\mu + 1)(m\mu - n) + n \cdot s\}_{\substack{n=0,1,2,3 \dots \\ m=0,1,2,3 \dots}} \quad (13 \text{ b})$$

bedeutende Vereinfachungen erzielen. Die zahlenmäßige Auswertung dieser Koeffizienten geschieht am raschesten mit Hilfe der Beziehungen

$$\mu_n = \mu_0 - n \cdot \frac{u + 1 - s}{\mu} \quad (13c)$$

$$\mu_{n/m} = \mu_{a \times b/m} = a \mu_b + (m - a) \mu_0,$$

worin das Produkt $n = a \times b$ aus allen möglichen ganzzahligen Faktoren gebildet werden darf. Die letzte Formel gestattet dadurch eine bequeme Zerlegung der Abkömmlinge des zweiten Bildungsgesetzes in Koeffizienten der ersten Form.

Nun läßt sich die Dehnung ε_x wie folgt ausdrücken

$$\varepsilon_x = \frac{1}{\mu E} \{ \mu_1 \sigma_x + (\mu_1 - \mu_0) \sigma_{y'} \} \equiv \frac{C^*}{\mu E} \cdot y' \quad (14)$$

mit
$$C^* = -\gamma \left\{ \frac{1 - s^*}{s + \mu - 1} \cdot \mu_1 + \mu_1 - \mu_0 \right\}.$$

Durch Einführung der den Spannungen entsprechenden Derivierten und nachträgliche Umstellung einzelner Glieder führt diese zur Identität

$$\mu_1 \cdot \frac{\partial^2 F'}{\partial y'^2} \equiv C^* \cdot y' + (\mu_0 - \mu_1) \frac{\partial^2 F'}{\partial x'^2},$$

welche sich auch mit (12b)

$$\mu_1 x' \cdot \frac{d^2 f_1(y')}{d y'^2} + \mu_1 \cdot \frac{d^2 f_2(y')}{d y'^2} \equiv \{ C^* + (\mu_1 - \mu_0) \gamma \} \cdot y'$$

schreiben läßt.

Ein Vergleich der linken mit der rechten Seite liefert als Bestimmungsgleichungen für f_1 und f_2

$$\frac{d^2 f_1(y')}{d y'^2} = 0; \quad \frac{d^2 f_2(y')}{d y'^2} = \frac{1}{\mu_1} \{ C^* + (\mu_1 - \mu_0) \gamma \} \cdot y', \quad (15)$$

also die Funktionen

$$f_1(y') = c_1 y' + c'_1; \quad f_2(y') = -\gamma \cdot \frac{1 - s^*}{s + \mu - 1} \cdot \frac{y'^3}{6} + c_2 \cdot y' + c'_2 \quad (16)$$

und damit

$$F' = -\gamma \cdot \frac{y'}{2} \left\{ x'^2 + \frac{1 - s^*}{3(s + \mu - 1)} \cdot y'^2 \right\}, \quad (16a)$$

da lineare und konstante Glieder für die Spannungsderivierten bedeutungslos sind, und c_1 durch das Verschwinden der Schubspannung

$$\tau_x = -\frac{\partial^2 F'}{\partial x' \partial y'} = \gamma \cdot x'$$

an der Oberfläche, zu Null werden muß.

Die Einführung eines neuen Achsenkreuzes (Abb. 4)

$$z = z'; \quad x = -x'; \quad y = y' + H,$$

für das zu beachten bleibt, daß γ in Richtung $(-y)$ wirkt, erbringt die Spannungsfunktion

$$F = \gamma \cdot \frac{y-H}{2} \left\{ x^2 + \frac{1-s^*}{3(s+\mu-1)} \cdot (y-H)^2 \right\}, \quad (17a)$$

und deren Ableitungen

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \gamma \cdot (y-H) \cdot \frac{1-s^*}{s+\mu-1}; & \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \gamma (y-H); \\ \tau_z &= - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \gamma \cdot x = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

welche zu ihrer endgültigen Verwendung noch auf Polarkoordinaten umgeschrieben werden sollen.

Bekanntlich ist (Abb. 4) unter Wegfall von τ_z ,

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cdot \cos 2\varphi = \sigma_1 (y-H) - \sigma_2 (y-H) \cos 2\varphi \\ \sigma_t &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cdot \cos 2\varphi = \sigma_1 (y-H) + \sigma_2 (y-H) \cos 2\varphi \\ \tau_{rt} &= \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cdot \sin 2\varphi = \sigma_2 (y-H) \sin 2\varphi, \end{aligned} \quad (18)$$

wenn als Abkürzung für konstante Werte

$$\sigma_1 = \frac{\gamma}{2} \left\{ 1 + \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \right\}; \quad \sigma_2 = \frac{\gamma}{2} \left\{ 1 - \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \right\} \quad (19)$$

eingeführt wird. Ersetzt man darin noch y durch $y = r \cdot \sin \varphi$, so resultiert die Spannungsgruppe

$$\begin{aligned} \sigma_r^0 &= -\sigma_1 H + \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{2} \right) r \cdot \sin \varphi + \sigma_2 H \cdot \cos 2\varphi - \frac{\sigma_2}{2} \cdot r \cdot \sin 3\varphi \\ \sigma_t^0 &= -\sigma_1 H + \left(\sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} \right) r \cdot \sin \varphi - \sigma_2 H \cdot \cos 2\varphi + \frac{\sigma_2}{2} \cdot r \cdot \sin 3\varphi \\ \tau_{rt}^0 &= \frac{\sigma_2}{2} \cdot r \cdot \cos \varphi - \sigma_2 H \cdot \sin 2\varphi - \frac{\sigma_2}{2} \cdot r \cdot \cos 3\varphi \end{aligned} \quad (20)$$

mit der zugehörigen, durch Integration aus σ_t^0 direkt folgenden Spannungsfunktion

$$F = -\frac{\sigma_1 H}{2} \cdot r^2 - \frac{\sigma_2 H}{2} \cdot r^2 \cdot \cos 2\varphi + \frac{\gamma^3}{6} \left(\sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} - 4\gamma \right) \sin \varphi + \frac{\sigma_2}{12} \cdot r^3 \cdot \sin 3\varphi. \quad (21)$$

Die Axialspannung σ_z^0 nimmt nach Früherem den Wert

$$\sigma_z^0 = (1 - s) \cdot \frac{\sigma_r^0 + \sigma_t^0}{\mu} \quad (22)$$

an.

Ergänzend bleibt noch der diesen Spannungen korrespondierende Verschiebungszustand zu ermitteln, wofür der Rechnungsgang an dieser Stelle ganz allgemein angedeutet werden soll.

Als erste berechnet sich die Radialverschiebung Δr aus

$$\mu E \varepsilon_r = \mu E \cdot \frac{\partial \Delta r}{\partial r} = \mu \sigma_r - \sigma_t - \sigma_z$$

durch Integration zu

$$\mu E \Delta r = \int (\mu \sigma_r - \sigma_t - \sigma_z) dr + \Phi, \quad (23)$$

worin Φ eine von φ allein abhängige, vorläufig unbekannte Funktion bedeutet.

Weiter ergibt sich aus der Tangentialdehnung

$$\varepsilon_t = \left(\frac{\partial \Delta \varphi}{\partial \varphi} + \frac{\Delta r}{r} \right) = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma_t - \frac{\sigma_r + \sigma_z}{\mu} \right)$$

für den Quotienten $\frac{\partial \Delta \varphi}{\partial \varphi}$

$$\mu E \cdot \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial \varphi} = \mu \sigma_t - \sigma_r - \sigma_z - \frac{1}{r} \int (\mu \sigma_r - \sigma_t - \sigma_z) dr - \frac{\Phi}{r}. \quad (24)$$

Bevor aus dieser Gleichung die Winkelverschiebung integriert werden kann, ist es erforderlich, die Funktion Φ genauer zu kennen. Zu diesem Zwecke wird eine weitere der Elastizitätsbedingungen

$$G \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Delta r}{\partial \varphi} + r \cdot \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial r} \right) = \tau$$

herbeigezogen, aus welcher sich die zweite partielle Derivierte von $\Delta \varphi$

$$\mu E \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial r} = 2(\mu + 1) \frac{\tau}{r} - \frac{\mu E}{r^2} \cdot \frac{\partial \Delta r}{\partial \varphi} \quad (25)$$

ausziehen läßt.

Durch Differentiation der Beziehungen (24) nach r und (25) nach φ entstehen linkerseits zwei identische Ausdrücke $\mu E \cdot \frac{\partial^2 \Delta \varphi}{\partial r \cdot \partial \varphi}$, worauf die Gleichsetzung der beiden rechten Seiten zu der gewünschten Bestimmungsgleichung für Φ und damit zu dieser Funktion selbst führt. Jetzt integriert sich $\Delta \varphi$ mühelos aus (24) wobei noch eine von r allein abhängige Integrationsfunktion R hinzutritt. Ein Vergleich des nach r differenzierten Ausdruckes für $\Delta \varphi$ mit (25) zeigt, daß $\frac{dR}{dr} = 0$ und

somit R gleich einer Konstanten C ist, dies wenigstens, soweit es die hier zu behandelnden Probleme betrifft.

Werden die genannten Operationen mit den Ausdrücken (20) und (22) durchgeführt, dann erscheint die Bedingungsgleichung für Φ in der Form

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + \Phi = 0 \quad (26)$$

und Φ selbst zu

$$\Phi = A \sin \varphi + B \cos \varphi. \quad (26 a)$$

Damit bestimmen sich die diesen Spannungen entsprechenden Verschiebungen zu

$$\begin{aligned} \mu E \Delta^0 r = & -\sigma_1 H \mu_2 \cdot r + \sigma_2 H \cdot \mu_0 r \cdot \cos 2\varphi + \frac{r^2}{4} \cdot (2\sigma_1 \mu_2 + \sigma_2 \mu_0) \sin \varphi \\ & - \frac{\sigma_2}{4} \mu_0 r^2 \sin 3\varphi \end{aligned} \quad (27)$$

$$\mu E \Delta^0 \varphi = -\sigma_2 H \cdot \mu_0 \cdot \sin 2\varphi - \frac{r}{4} \{2\sigma_1 \mu_2 - 3\sigma_2 \mu_0\} \cos \varphi - \frac{\sigma_2}{4} \mu_0 r \cos 3\varphi$$

$$\mu E \Delta^0 z = 2\sigma_1 \cdot s \cdot (H - r \cdot \sin \varphi) \cdot z,$$

nachdem sie den Bedingungen

$$r = 0: \Delta^0 r = 0; \quad \varphi = \frac{\pi}{2}: \Delta^0 \varphi = 0; \quad z = 0: \Delta^0 z = 0 \quad (27 a)$$

unterworfen worden sind.

Die Gleichungen (20), (22) und (27) geben die Verhältnisse wieder, wie sie sich für $s = 0$, $s^* = 0$ im Innern, für $s = 1$ oder $s^* = 1$ in der Oberfläche eines massiven Gebirges, das in seinem natürlichen Zustande belassen wurde, vorfinden werden.

Das durchörterte Gebirge wird in einem größeren Umkreis der Störungsstelle hiervon stark abweichende Verhältnisse aufweisen. Stets jedoch, und welchen Zwecken der ausgebrochene Hohlraum auch immer dienen möge, werden sich Spannungen und Verschiebungen mit ständig wachsender Entfernung vom Zentralpunkte, der Störung aus, den in den Gleichungen (20) und (27) wiedergegebenen Werten mehr und mehr annähern. Man gelangt demzufolge, theoretisch für $r = \infty$, in einen Bereich, allwo das Gebirge in seinem natürlichen Zustande verharrete (Prinzip von de St. Venant).

Diese von der Störungsart unabhängige Tatsache kommt einer Festlegung der äußeren Grenzbedingungen gleich, welche daher ganz allgemein zur Einführung gelangen können. Die inneren Randbedingungen fügen sich nachträglich, von Fall zu Fall, den speziellen Forderungen der Störungscharakteristik.

In folgerichtiger Weiterentwicklung des bisherigen Gedankenganges ist aus der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung (6)

eine Summe von partikulären Lösungen herauszugreifen, die in ihren Ableitungen einen Spannungszustand verkörpert, der für $r = \infty$ in jenen des unberührten Gebirges überführt und in den freibleibenden Konstanten genügend Spielraum zur Erfüllung der inneren Randbedingungen übrig läßt. Diesen Forderungen entspricht ein Ansatz

$$\begin{aligned}
 F = a_0 \lg r + b_0 \cdot r^2 - \frac{c_1}{2} \cdot r \cdot \varphi \cdot \cos \varphi + \left(d_1 r^3 + \frac{\gamma_1}{r} + \delta_1 \cdot r \cdot \lg r \right) \sin \varphi \\
 + \left(a_2 r^2 + \frac{\alpha_2}{r^2} + \beta_2 \right) \cos 2\varphi \quad (28) \\
 + \left(c_3 r^3 + \frac{\gamma_3}{r^3} + \frac{\delta_3}{r} \right) \sin 3\varphi
 \end{aligned}$$

für die Spannungsfunktion, deren nach (5) abgeleitete Spannungen, nach Gleichsetzung ihrer Ausdrücke für $r = \infty$ mit (20), vier der verfügbaren Konstanten in folgenden Werten festhalten:

$$b_0 = -\frac{\sigma_1 H}{2}; \quad a_2 = -\frac{\sigma_2 H}{2}; \quad c_3 = \frac{\sigma_2}{12}; \quad d_1 = \frac{1}{6} \left(\sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} - 4\gamma \right). \quad (29)$$

Unter ihnen erscheint zunächst d_1 als zweifach überbestimmt, folgt jedoch eindeutig aus einem Vergleich der beiden Spannungsfunktionen (28) und (21).

Damit gehen die Spannungen des gestörten Gebirges in folgenden allgemeinen Fassungen hervor (bezüglich m vgl. Gl. 33):

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_r = \frac{a_0}{r^2} - \sigma_1 H + \left\{ \frac{c_1}{r^2} (1 + m) + \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{2} - 2 \frac{\gamma_1}{r^4} \right\} r \cdot \sin \varphi \\
 + \left\{ \sigma_2 H - 6 \cdot \frac{\alpha_2}{r^4} - 4 \frac{\beta_2}{r^2} \right\} \cos 2\varphi \\
 - \left\{ \frac{\sigma_2}{2} + 12 \cdot \frac{\gamma_3}{r^6} + 10 \frac{\delta_3}{r^4} \right\} r \cdot \sin 3\varphi \\
 \sigma_t = -\frac{a_0}{r^2} - \sigma_1 H + \left\{ m \cdot \frac{c_1}{r^2} + \sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} + \frac{2\gamma_1}{r^4} \right\} r \cdot \sin \varphi \\
 + \left\{ -\sigma_2 H + 6 \cdot \frac{\alpha_2}{r^4} \right\} \cos 2\varphi \\
 + \left\{ \frac{\sigma_2}{2} + 12 \frac{\gamma_3}{r^6} + \frac{2\delta_3}{r^4} \right\} r \cdot \sin 3\varphi \\
 \tau_{rt} = -\left\{ m \frac{c_1}{r^2} - \frac{\sigma_2}{2} - \frac{2\gamma_1}{r^4} \right\} r \cdot \cos \varphi \\
 - \left\{ \sigma_2 H + 6 \frac{\alpha_2}{r^4} + 2 \frac{\beta_2}{r^2} \right\} \sin 2\varphi \\
 - \left\{ \frac{\sigma_2}{2} - 12 \frac{\gamma_3}{r^6} - 6 \frac{\delta_3}{r^4} \right\} r \cdot \cos 3\varphi
 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -2 \cdot \frac{1-s}{\mu} \cdot \sigma_1 H + \frac{1-s}{\mu} \left\{ \frac{c_1}{r^2} (1+2m) + 2\sigma_1 \right\} r \cdot \sin \varphi \\ &\quad - 4 \frac{1-s}{\mu} \cdot \frac{\beta_2}{r^2} \cdot \cos 2\varphi - 8 \frac{1-s}{\mu} \cdot \frac{\delta_3}{r^4} \cdot r \cdot \sin 3\varphi \\ \tau_{rz} &= \frac{s z}{\mu_0} \left\{ \left[\frac{\mu_0}{4\mu_1} \cdot \frac{c_1}{r^2} - \sigma_1 \right] \sin \varphi - \frac{4\beta_2}{r^3} \cdot \cos 2\varphi - 12 \frac{\delta_3}{r^4} \cdot \sin 3\varphi \right\} \\ \tau_{tz} &= \frac{s z}{\mu_0} \left\{ - \left[\frac{\mu_0}{4\mu_1} \cdot \frac{c_1}{r^2} + \sigma_1 \right] \cos \varphi - \frac{4\beta_2}{r^3} \cdot \sin 2\varphi + 12 \cdot \frac{\delta_3}{r^4} \cdot \cos 3\varphi \right\}. \end{aligned} \right\} (30a)$$

In analoger Weise, wie vordem für das störungsfreie Gebirge, leiten sich auch hier aus den Spannungen die Verschiebungskomponenten ab. Die die Integration ergänzende Funktion Φ genügt dabei der etwas allgemeineren Bedingungsgleichung

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \Phi = \{c_1 \mu_2 + 4\delta_1 \mu_1\} \sin \varphi \quad (31)$$

und bestimmt sich selbst zu

$$\Phi = A \cdot \sin \varphi + B \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} (c_1 \mu_2 + 4\delta_1 \mu_1) \varphi \cdot \cos \varphi. \quad (31a)$$

Unter Beachtung dieses Ausdruckes fügen sich die Verschiebungen des gestörten Gebirges folgender Form:

$$\left. \begin{aligned} \mu E \Delta r &= -\frac{\alpha_0}{r} \cdot \mu_0 - \sigma_1 H \mu_2 \cdot r \\ &\quad + \left\{ \frac{r^2}{4} (2\sigma_1 \mu_2 + \sigma_2 \mu_0) + c_1 (\mu_1 + m\mu_2) \lg \frac{r}{H'} + \frac{\gamma_1}{r^2} \cdot \mu_0 \right\} \sin \varphi \\ &\quad + \left\{ \sigma_2 H \mu_0 r + 2\mu_0 \frac{\alpha_2}{r^3} + 4\mu_1 \frac{\beta_2}{r} \right\} \cos 2\varphi \\ &\quad - \left\{ \frac{\sigma_2}{4} \mu_0 r^2 - 3\mu_0 \frac{\gamma_3}{r^4} - \mu_1 \cdot \frac{\delta_3}{r^2} \right\} \sin 3\varphi \\ \mu E \Delta \varphi &= -\left\{ \frac{r}{4} (2\sigma_1 \mu_2 - 3\sigma_2 \mu_0) + \frac{\gamma_1}{r^3} \cdot \mu_0 \right. \\ &\quad \left. - \frac{c_1}{r} \left[(\mu_1 + m\mu_2) \lg \frac{r}{H'} + \frac{\mu_0^2}{4\mu_1} \right] \right\} \cos \varphi \\ &\quad - \left\{ \sigma_2 H \mu_0 - 2\mu_0 \frac{\alpha_2}{r^4} + 2\mu_2 \cdot \frac{\beta_2}{r^2} \right\} \sin 2\varphi \\ &\quad - \left\{ \frac{\sigma_2}{4} \cdot \mu_0 \cdot r + 3\mu_0 \cdot \frac{\gamma_3}{r^5} - \mu_4 \cdot \frac{\delta_3}{r^3} \right\} \cos 3\varphi \\ \mu E \Delta z &= 2s z \cdot \sigma_1 H - s \cdot z \left\{ \frac{\mu_0}{2\mu_1} \cdot \frac{c_1}{r} + 2\sigma_1 r \right\} \sin \varphi \\ &\quad + 4s \cdot z \cdot \frac{\beta_2}{r^2} \cdot \cos 2\varphi + 8 \cdot s \cdot z \cdot \frac{\delta_3}{r^3} \cdot \sin 3\varphi. \end{aligned} \right\} (32)$$

Dabei wurde bereits berücksichtigt, daß die durch den Eintritt von Φ in Δr und $\Delta \varphi$ vorhandenen Terme

$$\frac{1}{2}(c_1 \mu_2 + 4 \delta_1 \mu_1) \varphi \cos \varphi \quad \text{bezw.} \quad \frac{1}{2}(c_1 \mu_2 + 4 \delta_1 \mu_1) \varphi \sin \varphi$$

die Eindeutigkeit der hier zutreffenden unbegrenzt periodischen Spannungs- und Deformationszustände stören und durch die Beziehung

$$\delta_1 = -\frac{\mu_2}{4\mu_1} \cdot c_1 = m \cdot c_1 \quad (33)$$

beseitigt werden müssen.

Weiter sind die Integrationskonstanten A , B und C so bestimmt worden, daß die Verschiebungen nachstehenden Bedingungen genügen:

$$\begin{aligned} r = \infty : \Delta r = \Delta^0 r ; \quad \Delta \varphi = \Delta^0 \varphi \\ \varphi = \frac{\pi}{2} : \Delta \varphi = 0 ; \quad z = 0 : \Delta z = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Die erste dieser Grenzbedingungen liefert nämlich $B = 0$ und $A = -c_1(\mu_1 + m\mu_2) \cdot \lg H'$, diese letztere dadurch, daß an Stelle des für den Logarithmus unpassenden Unendlichkeitswertes $r = H'$ eingeführt wurde, welcher mit dem ersteren in bezug auf praktische Bedürfnisse gleichbedeutend ist. Dazu sollte allerdings H' das etwa 10—15fache Maß des Öffnungshalbmessers nicht unterschreiten. Aus

der zweiten Bedingung folgt ergänzend $C = 0$.

Die vorliegenden Spannungs- und Verschiebungswerte verfügen über sieben freie Konstanten und bilden den Ausgangspunkt aller nachfolgenden Betrachtungen. Spannungsverteilungen verschiedenster Herkunft, die sich dem Grundzustande überlagern, können sich daher nur in die Form dieser noch freien Konstanten einkleiden. Dadurch aber ist allen Störungsproblemen im Gebirgsinnern, soweit sie durch diesen Ansatz lösbar sind, eine einheitliche Grundlage gegeben.

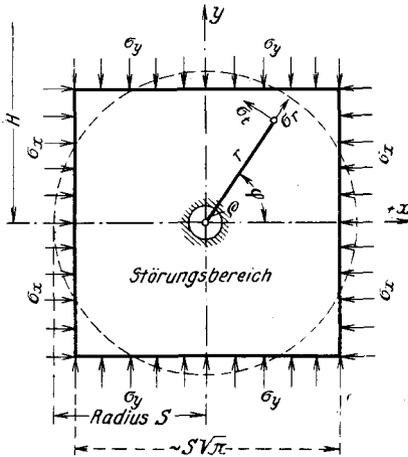


Abb. 5. Näherungslösung des Stollenproblems.

Ist die zu erschließende Fläche verhältnismäßig klein oder befindet sie sich in einer sehr großen Tiefenlage, so darf näherungsweise eine eng begrenzte Scheibe, welche das Störungsgebiet umfaßt, in den Kreis dieser Betrachtungen gezogen werden (Abb. 5). Die Horizontal- und

Vertikalpressungen können für sie, mit H als mittlerer Überlagerungshöhe, als konstant zu

$$\begin{aligned}\sigma_y &= -\gamma \cdot H; & \sigma_x &= -\gamma \cdot H \cdot \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \\ \sigma_z &= -\gamma \cdot H \cdot \frac{1-s}{\mu} \left\{ 1 + \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \right\} & \tau_z &= 0\end{aligned}\quad (35)$$

angenommen werden.

Sie unterscheiden sich von den früheren allgemeineren Ausdrücken (17) einzig durch eine Eliminierung von $y = r \cdot \sin \varphi$, was in den weiteren Entwicklungen einer Vernachlässigung der trigonometrischen Terme des einfachen und dreifachen Winkels gleichkommt. Daraus geht weiter hervor, daß die Näherungslösung, auch bei Erfüllung obiger Voraussetzungen, doch nur in nächster Umgebung der Stollenöffnung selbst die Verhältnisse in unverzerrter Darstellung wiedergibt; dies ebenso lange als der radiale Abstand r klein gegenüber der Überlagerung H verbleibt.

3. Dehnungsgesetze und Elastizitätsgrößen.

Bevor von der eben besprochenen Grundlage aus zur Behandlung von Einzelfällen des durchörterten Gebirges übergegangen werden kann, ist es notwendig, sich ein deutliches Bild von den in Frage kommenden Elastizitätsgrößen zu verschaffen. Diese nehmen, in bezug auf die vorliegenden Probleme, eine ganz außergewöhnliche Stellung ein. Doch ungeachtet dieser Tatsache darf den nachfolgenden Ausführungen ein viel allgemeineres Interesse zuerkannt werden.

Unterirdische Stollen- und Tunnelbauten, als gewaltsame Eingriffe in vorbestehende Gleichgewichtszustände der Materie, gewähren durch ihre konstruktiven Maßnahmen — die Bölzung beim Vortrieb und den definitiven Einbau — nur eine beschränkte Beeinflussung der notwendigerweise sich einstellenden neuen Kräfteverteilung. Es treten damit leichthin Beanspruchungen auf, die ein für zulässig befundenes Maß, zeitweilig sogar die örtlichen Festigkeitswerte überschreiten. Daß zur richtigen Erfassung der damit verbundenen statischen Verhältnisse nur Elastizitätsgrößen, dem Charakter des Problems und der Größenordnung der auftretenden Spannungen angepaßt, in Rechnung gestellt werden dürfen, ist — obwohl es der bisherigen Übung widerspricht — an und für sich selbstverständlich.

Diese Erschwerung wäre unnötig, wenn das tatsächliche Verhalten eines festen Körpers mit demjenigen seines Abbildes, das sich die Elastizitätslehre zur Grundlage nimmt, vollkommen übereinstimmen würde.

Die Arbeitsdiagramme der natürlichen Körper bestätigen aber — mit wenigen und nicht uneingeschränkt geltenden Ausnahmen — weder die Geradlinigkeit der Dehnungsgesetze noch deren Umkehrbarkeit. Will man sich aber gleichwohl die Lehren der Elastizitätstheorie auch für diese Probleme zu Nutzen ziehen, so bleibt nur die Wahl eines Kompromisses übrig, der darin bestehen kann, die einfache Definition der Elastizitätsgrößen aus der Elastizitätslehre zu übernehmen, ihnen jedoch einen, dem Problem und seinen näheren Umständen entsprechenden Wert beizulegen. Die Beurteilung dieser Umstände gründet sich auf die tatsächliche Form des Arbeitsdiagrammes, die belastende oder entlastende Wirkung der Hauptbelastung, und den vorgeschichtlichen Spannungszustand des ihr unterworfenen Materials.

Auch ist es in den vorbereitenden Entwicklungen des Abschnittes 2 bereits notwendig geworden, die Dehnungsverhältnisse in der Horizontalebene weitgehend zu berücksichtigen. Diese größere oder kleinere Dehnungsfreiheit, die mit vorgeschichtlichen Zuständen in Zusammenhang steht, bleibt nicht nur von etwelchem Einfluß auf das Arbeitsdiagramm, sondern hat, wie die einleitenden Erörterungen über die Heimsche Gebirgsdrucklehre deutlich zeigten, tieferegehende Unterschiede in der inneren Beschaffenheit der Materie zur Folge. Alle diese Verhältnisse sollen im Folgenden einer näheren Prüfung unterzogen werden.

§ 3. Lineare Dehnungsgesetze.

Den Ableitungen des zweiten Abschnittes wurde ausdrücklich ein homogener, isotroper Körper zu Grunde gelegt. Man bezeichnet einen elastischen festen Körper hinsichtlich seines inneren Aufbaues als homogen, wenn er in jedem einzelnen seiner Punkte nach homologen

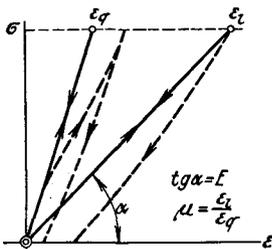


Abb. 6. Ideelle und mögliche Arbeitsdiagramme.

Richtungen genau dieselben physikalischen Eigenschaften aufzuweisen hat; hinsichtlich seines elastischen Verhaltens als isotrop, wenn er in allen Punkten nach jeder beliebigen Richtung gleiche Elastizität besitzt. Die Elastizitätslehre schreibt den homogenen, isotropen Körpern einen linearen Zusammenhang sowohl zwischen Längsspannung und Längsdehnung, als auch zwischen Längsspannung und Querdehnung zu. Sie setzt weiter voraus, daß diese elastischen Zustandsänderungen

umkehrbar sein sollen, was für wiederholte Belastungen wichtig ist. Abb. 6 zeigt den Verlauf dieser Gesetzmäßigkeiten — einige der möglichen Abweichungen punktiert — in graphischer Darstellung.

Ein mit diesen Eigenschaften ausgestatteter Körper wird durch zwei konstante Größen, z. B. den Youngschen Modul

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

und die Querkontraktionszahl

$$\mu = \frac{d\varepsilon_l}{d\varepsilon_q} = \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_q}$$

gekennzeichnet.

Nun bestimmt die Vereinbarung, daß einer nach bestimmter Richtung wirkenden Kraft eine gleichsinnige Formänderung desselben Vorzeichens zugesprochen wird, daß der Elastizitätsmodul E im Gebiete der positiven Zahlenwerte verharren muß:

$$0 \leq E \leq +\infty. \quad (36)$$

Dagegen vermag die Zahl μ sowohl das positive als auch das negative Vorzeichen anzunehmen. Immerhin scheidet für sie die Zone

$$-1 \leq \mu \leq +2 \quad (37)$$

als Bereich unstabiler Formänderungen aus. Das geht aus der Unvereinbarkeit einer negativen Verzerrungsenergiefunktion mit der Stabilität der resultierenden Deformationen hervor¹⁾. Eine weitere Einschränkung besteht für μ nicht. Hingegen wurde dieser Koeffizient bisher, mit Ausnahme weniger abweichender Beobachtungen²⁾, für die untersuchten Stoffe als positive Zahlgröße ermittelt.

Wie weiter experimentell festgestellt wurde, zeigen sich die Größen E und μ durch die Temperatur in erniedrigendem Sinne beeinflusst. Mit großer Wahrscheinlichkeit erreicht insbesondere μ im Schmelzpunkte den Wert 2, was zur Erklärung der Beobachtung beiträgt, daß leicht schmelzbare Metalle, wie Rose-, Wood- und Lippowitzmetall schon bei Zimmertemperatur Werte nahe 2 aufweisen³⁾.

§ 4. Erfahrungsmäßige Dehnungsgesetze.

Eine Umschau auf dem Gebiete des Materialprüfungswesens läßt erkennen, daß erschöpfende Versuche über das elastische Verhalten der hier interessierenden Steinmaterialien nur in sehr beschränktem Umfange durchgeführt worden sind. Die zuverlässigsten Angaben hierüber stammen von Bauschinger⁴⁾, einige wenige auch von Bach⁵⁾.

¹⁾ Bewiesen in L. 53, vgl. auch L. 45, I, S. 394 und L. 44, S. 117.

²⁾ L. 88, 89 und 44, S. 193.

³⁾ L. 85, S. 270, sowie L. 65, S. 48 ff.

⁴⁾ Vgl. namentlich einen Sandstein 1522 a und b, L. 73, S. 113 ff., weiter L. 74 bis 77.

⁵⁾ L. 80—84.

Aus ihnen sind die nachstehend aufgezeichneten charakteristischen Spannungs-Dehnungskurven bei einachsiger Beanspruchung für natürliche Steine zu entnehmen¹⁾.

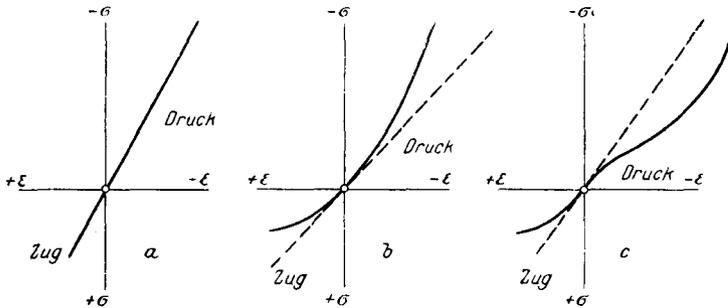


Abb. 7. Spannungs-Dehnungskurven der Gesteine.
a) Gerade. b) Parabel. c) Kurve mit doppelter Wendung.

Die Formen nach Abb. 7a — gerade Linie — und b — Parabel, deren geometrische Achse parallel der σ -Achse verläuft — werden hauptsächlich bei harten, spröden, die letzte Form c, wenn auch nicht ausnahmslos, bei weicheren Gesteinsarten festgestellt. Sämtliche Arbeitskurven zeigen im Nullpunkte einen stetigen Übergang vom Zug- ins Druckgebiet, besitzen also daselbst eine eindeutig bestimmte Tangente.

Über den Verlauf der Kurve c, der durch seine beiden Wendepunkte auffällt, sagt Bauschinger²⁾: „Wenn aber der Elastizitätsmodul für Druck anfangs ab- und dann wieder zunimmt, so gehen beide Spannungskurven mit einem Wendepunkt durch den Anfang des Koordinatensystems. Dieser letztere Fall ist bei weitem der häufigere und kommt bei fast allen Steinsorten mehr oder minder ausgeprägt vor, bei den Graniten, bei den Buntsandsteinen, bei den Molasse-, Grün-, Burg-, Lettenkohlen-, Überkohlsandsteinen und bei Nagelfluh, nur bei den Kalksteinen nicht.“

Anschließend glaubt er die doppelte Wendung der Arbeitskurve durch eine Auflockerung des Gefüges, als Folge der Bearbeitung der Probestücke durch Hammer und Meißel, erklären zu müssen, bemerkt aber hierzu weiter unten (S. 12), bei Anlaß ergänzender Versuche mit Sandsteinen, „... daß der ... besprochene Verlauf der Spannungskurven für Zug und Druck sich auch bei den bloß durch Sägen und Hobeln bearbeiteten Probestücken noch zeigt. ... Ob die viel stärkere Beanspruchung der Steine bei ihrer Gewinnung im Bruche durch Sprengen usw. oder bei geologischen Ereignissen die Ursache des ano-

¹⁾ Vgl. L. 43, S. 81 ff., L. 42, III, S. 45, hauptsächlich 77.

²⁾ L. 77, S. 8 ff.

malen Verlaufs der Spannungskurve bei vielen der untersuchten Steine ist, oder ob diese Ursache ganz anderswo gesucht werden muß, kann natürlich nur durch weitere Versuche entschieden werden.“

Allem Anschein nach ist diese Frage bis heute unentschieden geblieben. Über diese Beobachtungen von Bauschinger läßt sich daher nur aussagen, daß die beiden Arbeitsdiagramme Abb. 7 *b* und *c* keinesfalls in Widerspruch zueinander stehen, sondern im Gegenteil leicht ineinander überführbar sind. Wird nämlich der zweite Wendepunkt in *c* nach dem Ursprung *O* verlegt, und die Kontinuität der Formänderungskurve berücksichtigt, so geht sie in die einfachere Form *b* über. Fällt umgekehrt der zweite Wendepunkt ins Unendliche (Bruchpunkt), so führt sie auf ein Diagramm mit einfacher Wendung im Koordinatenursprung *O*, wie es beispielsweise bei Gußeisen beobachtet wird. Beide Grenzfälle können natürlich auch für einen dritten Wendepunkt auf der Zugseite in Erscheinung treten.

Da bei einem äußerst spröden Material wie Kalk, das nur sehr kleine Formänderungen aufzuweisen hat (vgl. S. 45), Dehnungsmessungen in der Nähe des Nullpunktes mit sehr großen Unsicherheiten behaftet sind, kann es sich bei den Bauschingerschen Versuchsergebnissen nach *b* auch um eine Verschleierung des allgemeineren Gesetzes nach *c* gehandelt haben, indem dort der zweite Wendepunkt dem ersten sehr nahe fiel. Möglicherweise trifft auch der Grenzfall *b* für dichtes, sprödes Material allgemeiner zu, während andererseits ein plastisches, zähes Material der Gesetzmäßigkeit mit nur einer Wendung folgt. Hierbei nähme dann *c* eine Mittelstellung ein.

Aus den vorstehenden Formänderungsdiagrammen geht unzweideutig hervor, daß das hier in Frage stehende Gesteinsmaterial das Hookesche Gesetz nicht befolgt. Die Elastizitätsgrößen behalten jetzt nur mehr ihre Eindeutigkeit, wenn sie als Differentialquotienten der der experimentellen Forschung entstammenden Dehnungsgesetze

$$\sigma = f_1(\varepsilon) \quad \text{und} \quad \varepsilon_q = f_2(\varepsilon) \quad (38)$$

definiert werden. Sie allein lassen bei Verfolgung der Formänderungen eine richtige Vorstellung zu, da sich diese ja in der Tat stetig auf den beiden obgenannten Kurven und nicht etwa sprungweise über verschiedene Sehnenneigungen vollziehen.

Für die Festlegung eines, bestimmte Spannungsbezirke beschlagenden Mittelwertes, werden also nur die den wirklichen Verhältnissen entsprechenden Größen in Betracht zu ziehen sein, wenn sie auch nachher

als konstante Ersatzwerte $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ und $\mu = \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_q}$ in die Rechnung eingeführt werden. Diese Begriffswandlung ist einzig in der Beibehaltung des Hookeschen Gesetzes zur Erreichung einer befriedigenden Näherungs-

lösung begründet. Es bleibt nun festzustellen, unter welchen Bedingungen diese Begriffsumstellung noch möglich bleibt, und wie sich die genannten Elastizitätsgrößen im einzelnen verhalten. Der oben festgestellte Wechsel in den Gesetzmäßigkeiten bei Zug- und Druckbeanspruchung, sowie derjenige bei Belastung und Entlastung macht es erforderlich, daß sich die nachstehenden Ausführungen auf eine von einem bestimmten Punkte aus kontinuierlich fortschreitende Belastungs- oder Entlastungsreihe, ohne Hubumkehr, beziehen.

Der allgemeinste Fall eines dreiachsigen Spannungszustandes mit den Hauptspannungen σ_x , σ_y und σ_z hat, unabhängig von der Form des Arbeitsdiagrammes, Hauptdehnungen zur Folge, welche sich, auch in Unkenntnis der wirklichen für isotrope Körper invarianten Gesetzmäßigkeit, durch eine Beziehung

$$\varepsilon = \psi(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (39)$$

darstellen lassen.

Über den inneren Bau dieser Funktion ψ läßt sich weiterhin ganz allgemein aussagen, daß er sich in ein Aggregat von vier Funktionen gliedert, wovon drei je allein von nur einem der Argumente σ_x , σ_y und σ_z abhängig sind, und zwar derart, daß sie mit diesen Variablen selbst verschwinden. Der restliche Ausdruck zeigt eine Veränderlichkeit mit allen drei Argumenten, verschwindet jedoch stets mit je zwei derselben. Das geht aus der Tatsache hervor, daß die Dehnung nach einer bestimmten Hauptrichtung, als Folge einer linear aufgesetzten Spannung nach irgendeiner dieser Richtungen, nur von dieser einen Spannung abhängig sein kann. Damit läßt sich ε auch wie folgt schreiben:

$$\varepsilon = \psi \{ \Phi_1(\sigma_x) + \Phi_2(\sigma_y) + \Phi_3(\sigma_z) + \Phi(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \}. \quad (40)$$

Nun erfordert ein isotropes Material — zufolge der Unabhängigkeit seines einfachen Spannungs-Dehnungsgesetzes von einer bestimmten Richtung — innerhalb der drei Hauptdehnungen ε_x bzw. ε_y und ε_z , die Identität der Funktionen ψ sowie derjenigen rein in σ_x bzw. σ_y , σ_z . Außerdem verlangt die Vertauschbarkeit der Spannungen σ_y und σ_z für die Dehnung ε_x — wobei Analoges für die übrigen Achsenrichtungen gilt — die formelle Übereinstimmung der Funktionen von σ_y und σ_z in ε_x , σ_x und σ_z in ε_y , und σ_x und σ_y in ε_z . Schließlich bestimmt die Identität der Dehnungen nach x , y und z , unter nach Richtungen analogen Verhältnissen der drei Hauptspannungen, daß die eben genannten Funktionen alle unter sich gleich sein müssen. Die zwei letzten Bedingungen besagen über Φ , daß diese Funktion für alle drei Dehnungen dieselbe bleibt, und in ihrem inneren Bau eine vollkommene Symmetrie bezüglich der drei Argumente σ_x , σ_y und σ_z aufzuweisen hat.

Ist es zudem möglich, die in den vereinfachten Gleichungen (40) erscheinenden Funktionen ψ und Φ in vier nach ganzen Potenzen der

entsprechenden Argumente fortschreitende Reihen zu entwickeln, was wahrscheinlich stets mit hinreichender Genauigkeit gemacht werden kann, so lassen sich die Dehnungswerte in folgender Form ausdrücken

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= F_1(\sigma_x) + F_2(\sigma_y) + F_2(\sigma_z) + F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \\ \varepsilon_y &= F_2(\sigma_x) + F_1(\sigma_y) + F_2(\sigma_z) + F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \\ \varepsilon_z &= F_2(\sigma_x) + F_2(\sigma_y) + F_1(\sigma_z) + F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z).\end{aligned}\quad (41)$$

Darin sind sinngemäß F_1 , F_2 und F Potenzfunktionen, wobei F zugleich die vollkommene Symmetrie in den drei Argumenten beibehält.

Die Darstellung der Elastizitätsverhältnisse eines homogenen, isotropen Körpers mit ganz allgemein verlaufendem Dehnungsgesetz bedarf gemäß den Gl. (41) der planmäßigen Feststellung dreier Funktionen F_1 , F_2 und F , wogegen für homogene anisotrope Stoffe unter analogen Entwicklungsmöglichkeiten im allgemeinsten Falle deren zwölf zu ermitteln wären.

Im Materialprüfungswesen hat man sich bisher meistens mit der Festlegung der Funktion F_1 begnügt, und die Fälle sind schon recht selten, in welchen zuverlässige Beobachtungen über F_2 vorliegen, obwohl die Bestimmung beider Funktionen aus ein und derselben Belastungsreihe erfolgen kann. Über das Zusatzglied F , welches aus ebenen Spannungszuständen abzuleiten wäre, liegen, soviel bekannt, überhaupt keine direkten Beobachtungen vor¹⁾.

Diese Mangelhaftigkeit mag ihren guten Grund darin haben, daß es bis heute nicht gelungen ist, die vom Lineargesetz abweichenden Formen von F_1 für die praktische Rechnung nutzbringend zu verwerten und überdies die vollkommene Isotropie aller in der Bautechnik verwendeten Materialien als fraglich erscheinen muß. Andererseits ist jedoch unverkennbar, daß dem in der Praxis stehenden Konstrukteur mit der Kenntnis wenigstens zweier Terme F_1 und F_2 eine sicherere Unterlage geboten würde, wie auch aus diesem Abschnitte für das vorliegende Problem deutlich erhellen wird.

Der Elastizitätsmodul behält bei den vorbesprochenen Stoffen nur dann eine wohldefinierte, physikalische Bedeutung — als Verhältnis des Spannungsdifferentials zum Dehnungsdifferential gleicher Richtung —, wenn durch die Beziehungen

$$\sigma_y = f_1(\varepsilon_x), \quad \sigma_z = f_2(\varepsilon_x) \quad (42)$$

für die Achse x , und analog für die übrigen Richtungen, die Formänderung durch eine einzige unabhängige Spannungsvariable festgelegt wird.

¹⁾ Implizite in L. 62.

Durch Substitution folgt dann aus der ersten der Gl. (41), nachdem zur Abkürzung die Bezeichnungen

$F_1 \{f_1(\varepsilon_x)\} = F'_1$, $F_2 \{f_1(\varepsilon_x)\} = F'_2$, $F_1 \{f_2(\varepsilon_x)\} = F''_1$, $F_2 \{f_2(\varepsilon_x)\} = F''_2$ eingeführt wurden,

$$\varepsilon_x = F_1(\sigma_x) + F'_2(\varepsilon_x) + F''_2(\varepsilon_x) + F'(\sigma_x, \varepsilon_x) \quad (43)$$

und hieraus, durch Differentiation nach σ_x , Ausklammerung des Quotienten und Umkehrung:

$$E_x = \frac{d\sigma_x}{d\varepsilon_x} = \frac{1 - \left\{ \frac{dF'_2}{d\varepsilon_x} + \frac{dF''_2}{d\varepsilon_x} + \frac{\partial F'}{\partial \varepsilon_x} \right\}}{\left\{ \frac{dF_1}{d\sigma_x} + \frac{\partial F'}{\partial \sigma_x} \right\}}. \quad (44)$$

Analoge Werte resultieren für die Achsen y und z durch zyklische Vertauschung der Indizes.

Unter eben diesen Verhältnissen einer Substituierbarkeit von σ_y und σ_z durch ε_x bleibt aber die Querkontraktionszahl keine eindeutige Größe mehr. Sie wird verschieden bewertet, je nachdem der Differentialquotient nach der einen oder anderen abhängigen Dehnung¹⁾

$$\mu_{\bar{x}y} = \frac{d\varepsilon_x}{d\varepsilon_y} \quad \text{oder} \quad \mu_{\bar{x}z} = \frac{d\varepsilon_x}{d\varepsilon_z}$$

gebildet wird. Identisch sind diese Werte nur dann, wenn die zu substituierenden Spannungen die gleiche Abhängigkeit von ε_x befolgen, $\sigma_y = \sigma_z = f(\varepsilon_x)$, da alsdann $F'_1 = F''_1$, $F'_2 = F''_2$ und $\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varphi(\sigma_x)$ ist. Kennzeichnend für diesen räumlichen Umschlingungsversuch sind die Werte

$$E_x = \frac{1 - \left\{ 2 \cdot \frac{dF'_2}{d\varepsilon_x} + \frac{\partial F'}{\partial \varepsilon_x} \right\}}{\left\{ \frac{dF_1}{d\sigma_x} + \frac{\partial F'}{\partial \sigma_x} \right\}}; \quad (45)$$

$$\mu_x = \frac{1}{\left\{ \frac{dF'_1}{d\varepsilon_x} + \frac{dF'_2}{d\varepsilon_x} + \frac{\partial F'}{\partial \varepsilon_x} \right\} + \left\{ \frac{dF_2}{d\sigma_x} + \frac{\partial F'}{\partial \sigma_x} \right\} E_x}$$

und sie können als die weiteste Fassung der Elastizitätsgrößen angesehen werden, welcher bei isotropem Material Eindeutigkeit und eine physikalische Bedeutung zukommt.

Allein die obgenannten Spannungsverhältnisse berechtigen dazu, von einem Elastizitätsmodul und einer Querkontraktionszahl der Versuchsergebnisse im geläufigen Sinne zu sprechen. In diesen Fällen kann auch mit einiger Zuverlässigkeit die Übertragung der auf dem Versuchswege gewonnenen Elastizitätsgrößen auf die Deduktionen der Elastizitätslehre im Sinne des einleitend erwähnten Kompromisses vorgenommen werden.

¹⁾ Die Krafttrichtung ist überstrichen.

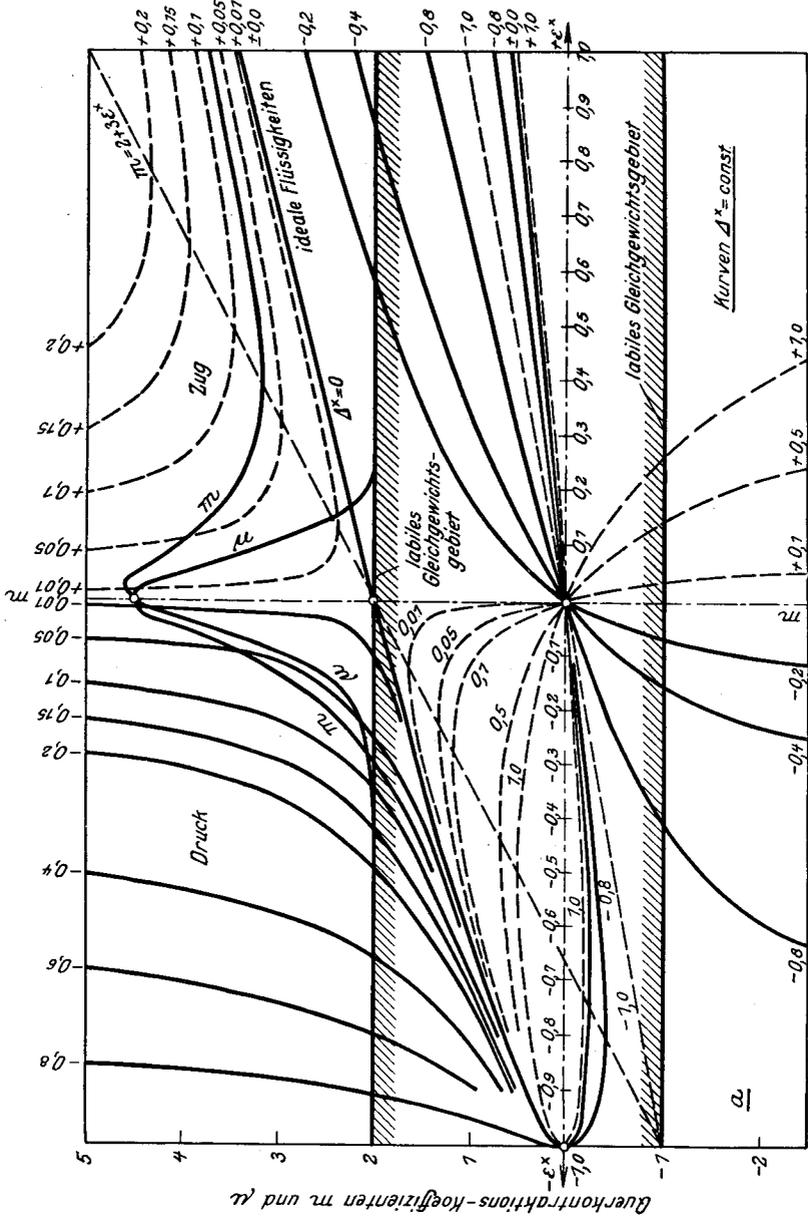


Abb. 9 a. Verlauf der Querkontraktionsziffern m und μ bei gleichen bezogenen Volumänderungen im Kurvenbild $\Delta^* = \text{const}$.

dieser, als Ausgangspunkt der neu aufzubringenden Last, als Relativnullpunkt bezeichnet.

a) Druckversuch bei freier Querdehnung.

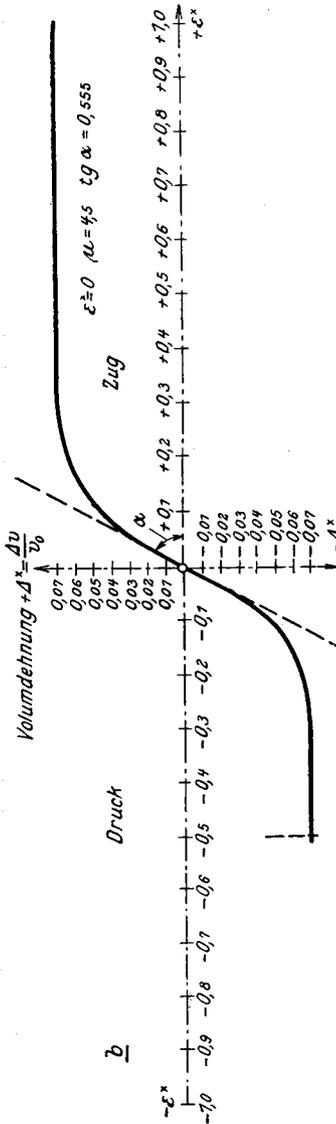


Abb. 9b. Ideeller Verlauf der Volumenänderungen Δ^* .

Die Aufschlüsse dieses Versuches geben die Elastizitätsverhältnisse in der Nähe der Gebirgsoberfläche wieder. Er verkörpert den in allen Teilen vollständig durchgeführten Normalversuch und gewährt bis jetzt, trotz der Unvollständigkeit der bisher in ihm niedergelegten Beobachtungen, die einzigen sicheren Anhaltspunkte.

Liegt für diesen Druckversuch das ungekürzte Ergebnis bezüglich des Absolutnullpunktes nach den Abb. 8 oder 10 vor, so lassen sich hieraus die früher definierten Elastizitätsgrößen E und μ ohne Schwierigkeiten entwickeln. Der Youngsche Modul E , dessen Wechsel mit der Dehnung ϵ^* nach Bauschingerschen Versuchsergebnissen für zwei Fälle aus den Abb. 11 und 14 deutlich wird, folgt ohne weiteres als Wert der Tangente an die Arbeitskurve.

Etwas anders verhält es sich mit der Querkontraktionszahl μ . Da diese üblicherweise, soweit sie überhaupt ermittelt wurde, als das Verhältnis $m = \frac{\epsilon_l}{\epsilon_q}$ angegeben oder als solches aus der Volumendehnung berechnet wird¹⁾, ist es durchaus gegeben, auf deren Beziehungen zu dem hier allein zuständigen Werte

$$\mu = \frac{d\epsilon_l}{d\epsilon_q} \text{ kurz einzutreten.}$$

Die Zahl $m = \frac{\epsilon_l}{\epsilon_q}$ steht bekanntlich in engem Zusammenhange mit der spezifischen Volumenänderung Δ^* ,

wenn diese ebenfalls auf den Absolutnullpunkt bezogen wird, da alsdann

$$\Delta^* = \frac{\Delta v}{v_0} = (1 + \epsilon^*) \left(1 - \frac{\epsilon^*}{m}\right)^2 - 1 \tag{46}$$

1) Über andere Methoden vergl. L. 73 und L. 65.

ist. Der Verlauf dieser m -Kurve mit wachsendem ε^* ist nun grundsätzlich verschieden, je nachdem sich der Deformationsvorgang im Gebiete der positiven oder negativen Volumendehnungen abspielt. Besonders deutlich hebt er sich aus dem Gesamtbilde der durch Gl. (46) definierten Kurvenschar

$$m = \frac{\varepsilon^*}{1 - \sqrt{\frac{1 + \Delta^*}{1 + \varepsilon^*}}} \quad (47)$$

für $\Delta^* = \text{const.}$ hervor, das ausführlich in Abb. 9a wiedergegeben wurde.

Trägt man in ihm unter Berücksichtigung des prinzipiell richtigen, jedoch symmetrisch vorausgesetzten Verlaufs der Volumendehnung (Abb. 9b) die Kurvenäste für m , die sich mit konstant werdender Volumendehnung den unterlegten Kurvenzügen nach und nach einfügen, beidseitig ein, so fällt die dadurch bewirkte Asymmetrie der beiden Kurvenhälften und ihre starke Wendung in der Nähe des Nullpunktes auf; doch bleibt ihr Gesamtverlauf, auf dem sprechenden Hintergrunde der Kurvenschar (47) recht gut verständlich.

Weit ausgeglichener wirkt das Bild der ihr analogen, eigentlichen Elastizitätsgröße μ , die sich in zwei ziemlich symmetrischen Abstiegen langsam in ihrem unteren Grenzwert $\mu = 2$ verliert, um, im Gegensatz zu m , das labile Gebiet kaum zu berühren.

Aus dieser Gegenüberstellung wird recht eindringlich klar, wie sehr es darauf ankommt, welche dieser Ordinaten im speziellen zur Behandlung bestimmter Probleme herbeigezogen werden. Beide Größenkategorien zeigen in sich eine ziemlich rasche Veränderlichkeit, und unter sich, schon in unmittelbarer Nähe der Nullstelle, recht empfindliche Unterschiede. Zu einer dem tatsächlichen Verhalten eines festen Körpers korrespondierenden wahren Mittelwertbildung kann ihrem Wesen nach natürlich nur die Größe μ geeignet sein. Ihre Ableitung, aus der leicht zu bestimmenden Größe der Volumenänderung bezüglich des Absolutnullpunktes, soll daher an dieser Stelle noch gegeben werden.

Vom Relativnullpunkt P_0 (Abb. 10) aus nehme man eine kleine Belastungsänderung bis P_1 an. Unter Beachtung der allgemeinen Beziehung

$$\Delta v = \Delta v^* - \Delta v_1 = f_1(\varepsilon^*) - (1 + \Delta v_1)$$

zwischen zwei Punkten endlichen Abstandes wird dann die auf P_0

Dehnungszuwachs $d\varepsilon$ eines stabförmigen, linear beanspruchten Versuchskörpers

$$\mu = \frac{2 \cdot d\varepsilon}{d\varepsilon - \Delta} \quad (50a)$$

woraus endgültig mit (49)

$$\mu = \frac{d\varepsilon_l}{d\varepsilon_q} = \frac{2}{1 - \Delta_1} \quad (50)$$

wenn zur Abkürzung

$$\Delta_1 = \frac{f'_1(\varepsilon^*)}{f_1(\varepsilon^*)} \cdot (1 + \varepsilon^*)$$

gesetzt wird. Damit kann von der beobachteten Volumendehnung direkt auch auf μ geschlossen werden.

Die von dieser Elastizitätsgröße befolgte Gesetzmäßigkeit läßt sich aus Abb. 11 ersehen, welche den Verlauf der Kurven für nachstehende Materialien wiedergibt:

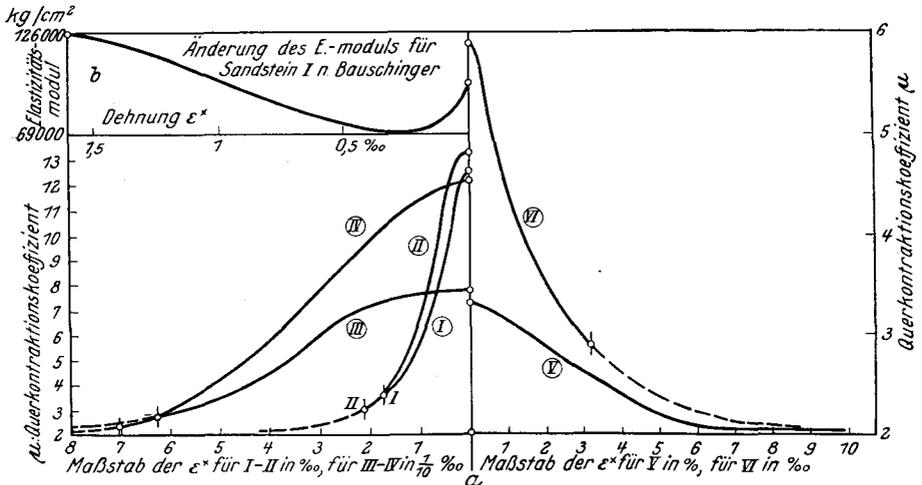


Abb. 11. Verlauf einiger Querkontraktionskoeffizienten μ mit wachsender Dehnung ε^* .

- Ⓘ Sandstein (Druck \perp Lager) nach Bauschinger¹⁾
- Ⓙ Sandstein (Druck \parallel Lager) nach Bauschinger²⁾
- Ⓜ Beton (Druck) nach Scheit⁸⁷
- Ⓝ Eisenbeton (umschnürt) nach Rudeloff⁸⁶
- Ⓟ Flußeisen (Zug) nach Plank⁶⁵
- Ⓡ Gußeisen (Druck) nach Bauschinger³⁾
- † Grenze der beobachteten Werte
- Extrapolierte Kurve

Ergänzend sind in Abb. 11b die Veränderungen des Youngschen Moduls mit ε^* für einen Sandstein eingetragen.

¹⁾ L. 73, 1522 a.

²⁾ L. 73, 1522 b.

³⁾ L. 73, d.

Ein Vergleich der Kurven unter sich zeigt sofort, daß μ mit zunehmender Deformierbarkeit (Bruchdehnung) des Stoffes langsamer abfällt, immer jedoch derart, daß ihm beim Erreichen der Bruchdehnung der untere positive Grenzwert $\mu = 2$ annähernd zugeschrieben werden kann.

Beachtet man ferner, daß die Bruchdehnung der in Frage stehenden Versuchskörper für

Beton und Eisenbeton	um 1,3—1,5 ⁰ / ₁₀₀
Sandstein	um 4—5 ⁰ / ₁₀₀
Flußeisen	um ca. 30 ⁰ / ₁₀₀
Gußeisen	um 8—9 ⁰ / ₁₀₀

schwanken dürfte, so geht daraus hervor, daß viele Materialien schon bei Erreichung der halben Bruchdehnung eine recht bedeutende Annäherung an den Wert $\mu = 2$ erleiden. Diese Tatsache kann nötigenfalls, unter gleichzeitiger Berücksichtigung des Wertes $\mu_0 = m_0$ für $\varepsilon^* = 0$, dazu dienen, den approximativen Abfall der μ -Kurve für ungenügend erforschte Gesteine zu gewinnen.

Nach den Versuchen von Bauschinger⁷⁷ ergeben sich im speziellen die extrapolierten Bruchdehnungen für

Sandstein	zu $\varepsilon_b^* = \sim 2 - 7^0/100$
Granit	zu $\varepsilon_b^* = \sim 3 - 7^0/100$
Kalk	zu $\varepsilon_b^* = \sim 0,5 - 2^0/100$

Die Steinmaterialien nehmen demnach in ihrer Mehrzahl eine Mittelstellung zwischen dem spröden Beton und den spröden Metallen (Gußeisen) ein, nicht jedoch, ohne mehr oder weniger ineinander überzugreifen.

Der eben behandelte Druckversuch bei freier Querdehnung schließt die maßgebenden Elastizitätsgrößen für die Spannungsverhältnisse in nächster Umgebung von Tunnel- und Stollenmundlöchern in sich. Die gleichen Werte treffen auch auf die ganze Länge solcher unterirdischer Erschließungen zu, welche einem natürlichen Taleinschnitte parallel verlaufen und nicht zu weit von der seitlichen Oberfläche abliegen, wie dies oft bei Druckstollen der Fall ist. Man muß sich aber nach früheren Darlegungen der Tatsache stets bewußt bleiben, daß diese Elastizitätsgrößen nur als Annäherung innerhalb einer Annäherung zu bewerten sind.

Zu dem bisher Gesagten tritt ein neues Moment hinzu, sobald ein Druckstollen seiner eigentlichen Zweckbestimmung gemäß durch einen inneren Überdruck belastet wird. Es besteht darin, daß das umliegende Gebirge, das sich dank der Schwerewirkung in einem vor-

belasteten Zustande befindet, durch den aufgebrachtten Innendruck eine eigentliche Entlastung erfährt. Eine solche befolgt jedoch nicht wieder dieselben Beziehungen, wie sie für vorausgehende Belastungen eben besprochen worden sind. Es soll daher an dieser Stelle noch kurz auf die hierbei zutage tretenden Erscheinungen hingewiesen werden¹⁾.

Beansprucht man einen noch niemals belasteten Stab mit stetiger und möglichst großer Belastungsgeschwindigkeit auf Zug oder Druck, so erhält man als Arbeitsdiagramm $O-P_1-P_2\dots$ die sogenannte jungfräuliche Kurve. Auf derselben möge etwa von O bis P_1 fortgeschritten werden (Abb. 12).

Wird σ_1 festgehalten, so zeigt sich, daß der Stab trotzdem noch eine geringe Verlängerung ($P_1 - P'_1$) erleidet. Diese zusätzliche Dehnung pflegt man als elastische Nachwirkung zu bezeichnen.

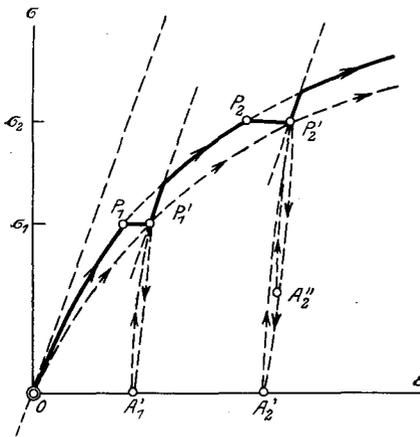


Abb. 12. Elastische Nachwirkung und Hysterese.

Bei fortschreitender Belastung steigt die Kurve von P'_1 aus steil an, etwa unter demselben Winkel, wie die jungfräuliche Kurve im Nullpunkte O . Nach einer geringen Laststeigerung erreicht sie bereits die Verlängerung der jungfräulichen Kurve wieder, um ohne Überschreitung kurz in sie einzubiegen und ihr, beispielsweise bis P_2 , weiter zu folgen. Hier wiederholt sich dasselbe Spiel bei konstant gehaltener Last, sowie bei neuerlicher Druckzugabe.

Die Kurve $O-P_1-P_2-\dots$ entspricht daher dem Deformationsvorgang bei sehr hoher, $O-P'_1-P'_2-\dots$ dagegen bei sehr geringer Belastungsgeschwindigkeit. Hiervon ist lediglich die letztere für die zu behandelnden Probleme von Bedeutung.

Findet in P'_1 oder P'_2 eine Entlastung statt, so vollzieht sich die rückläufige Formänderung auf einer Entlastungskurve ($P'_1-A'_1$) bzw. ($P'_2-A'_2$). Dieselbe hat Ähnlichkeit mit einer umgekehrten, in P'_1 bzw. P'_2 beginnenden jungfräulichen Kurve, unterscheidet sich aber von ihr durch eine geringere Krümmung. Bei Hubumkehr folgt der Stab einer Belastungskurve ($A'_1-P'_1$) bzw. ($A'_2-P'_2$), welche der Entlastungskurve wiederum ähnlich sieht. Eine Belastung über den Punkt P'_2 hinaus zeigt denselben Vorgang, wie er der elastischen Nachwirkung ($P_2-P'_2$) nachfolgen würde.

Wird die Entlastungskurve schon in A''_2 unterbrochen und daraufhin neu belastet, oder finden unterhalb P'_2 beliebige Laständerungen

¹⁾ L. 52 und L. 60.

statt, so kommt stets die aufsteigende Kurve nach P'_2 zurück und zeigt in der Folge den oben geschilderten Verlauf.

Andererseits hat eine zwischen P_2 und P'_2 eingeleitete Entlastung zur Folge, daß ihr Ausgangspunkt nach dem ersten Belastungswechsel dank der fortdauernden elastischen Nachwirkung nicht mehr erreicht werden kann. Nach mehrfacher Hubumkehr mündet auch in diesem Falle die Deformationskurve schließlich in P'_2 ein, womit wieder der bereits besprochene Gleichgewichtszustand erreicht ist.

Wiederholt man die Hysteresisschleife ($P'_1 - A'_1 - P'_1$) in verschiedenen Punkten auf $O - P'_1 - P'_2 - \dots$ über stets demselben Spannungsintervall, so zeigt sich, daß die Verbindungsgerade ($A'_1 - P'_1$) in der symmetrischen Schleife über O etwa die Neigung der Tangente an die jungfräuliche Kurve daselbst besitzt, nach der Druckseite hin einem steileren, nach der Zugseite hin dagegen einem flacheren Verlaufe zuneigt. Diese Abweichungen sind jedoch nicht sehr erheblich.

Wenngleich das besprochene elastisch-plastische Verhalten eines Materials bisher mit dieser Zuverlässigkeit nur für Gußeisen aus Laboratoriumsbeobachtungen bekannt wurde⁶⁰, so weist das nachstehende

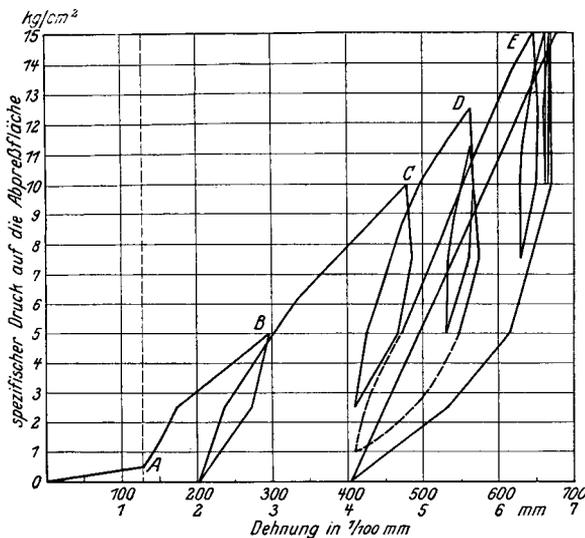


Abb. 13. Beilage 15 des Berichtes der Druckstollenkommission Amsteg: Abreißversuch mit hydraulischen Winden vom 1. Juni 1921 in Strecke D. Diagramm der gemessenen Eindrückungen. Mittel von 4 gegenüberliegenden Punktpaaren.

Diagramm des Abreißversuches mit hydraulischen Winden, welches von der Druckstollenkommission anlässlich der Versuche in Amsteg im Serizitschiefer aufgenommen wurde, einen überraschend gleichen, grundsätzlichen Verlauf auf (Abb. 13). Es ist damit erwiesen, daß

auch die Gesteine diesen erweiterten gesetzmäßigen Beziehungen sehr wohl gehorchen. Besonders bemerkenswert ist, daß die Neigung der Entlastungsschleifen wenig unterschiedlicher Größe mit zunehmender Entfernung vom Belastungsnullpunkt aus steiler verlaufen, eine Erscheinung, die auch Berliner, wie eben bemerkt, bei seinen Versuchen mit Spiralen gleicher Länge sehr deutlich beobachtet hat.

Die Elastizitätsgrößen, wie sie für die einfache Arbeitskurve $O-P'_1-P'_2 \dots$ besprochen worden sind, können sinngemäß auch auf diese Entlastungs-Belastungsschleife übertragen werden. Die nur geringfügige Abweichung dieses Kurvenzuges von einer Geraden wird wohl in den meisten Fällen gestatten, sie für die Rechnung ohne weiteres durch eine solche zu ersetzen.

b) Druckversuch bei behinderter Querdehnung.

Genau wie bei den vorbesprochenen Versuchsreihen läßt sich auch hier der Elastizitätsmodul E auf Grund der beobachteten Spannungs-kurven deduzieren. Dagegen fällt die einfache Ableitung der Querkontraktionsziffer μ aus dem wechselnden Umfang des Körpervolumens dahin, da deren gegenseitige Abhängigkeit bei gehinderter Querdehnung nur noch indirekt weiter besteht. Die gewünschte Gesetzmäßigkeit müßte daher auf einem kleinen Umwege beigebracht werden, der, soweit bekannt, von der Versuchspraxis bisher nicht beschritten worden ist.

Behält man nämlich das Hookesche Gesetz für unendlich kleine Belastungsschwankungen um den Relativnullpunkt bei, der mit jeder Laststufe, in ihr selbst, eine stets fortschreitende Erhöhung erfahren soll, so kann μ am einfachsten durch das Verhältnis der in jedem Ruhepunkte zu ermittelnden Differentiale der Vertikal- und Seitenspannung festgelegt werden. Es ist, sofern die Querdehnung in der Horizontalebene entsprechend $d\sigma_V$ durch die Spannung $d\sigma_H$ auf Null gehalten wird,

$$d\sigma_H = \frac{d\sigma_V}{\mu - 1}, \text{ woraus sich } \mu \text{ zu } \mu = 1 + \frac{d\sigma_V}{d\sigma_H} \text{ berechnen läßt.}$$

Da nun die über diesen Druckversuch vorliegenden Ergebnisse äußerst spärlich sind, wäre es wünschenswert, wenn von den unter a vorwaltenden Gesetzmäßigkeiten auf die an dieser Stelle zu erhebenden geschlossen werden könnte. Doch liegt kein Grund vor zur Annahme, daß diese in einem annähernd linearen Verhältnisse oder überhaupt in einfacher Beziehung zueinander stehen, so daß man sich vorderhand mit dem nachfolgenden, immerhin grundsätzlichen Einblick begnügen muß.

In den Kármánschen Versuchen unter allseitigem Druck⁶², welche für Sandstein teilweise und schematisch in Abb. 15 (vgl. auch Abb. 28) wiedergegeben sind, finden sich nämlich die Ergebnisse dieses

Versuches mit eingeschlossen; nur entbehren sie leider jeglicher Angabe über das elastische Verhalten des Materials in der Querrichtung.

Wird in ihrer Ergänzung der Verlauf von μ nach Abb. 14a vorausgesetzt, welcher natürlich nur von grundsätzlicher Bedeutung sein kann, so besteht die bereits oben erwähnte Differentialgleichung

$$d\sigma_H = \frac{d\sigma_V}{\mu - 1}, \quad (51a)$$

deren beidseitige Integration unter Berücksichtigung der gegenseitigen Abhängigkeit von μ und σ_V die Horizontalspannung σ_H liefert. Da der genannte Zusammenhang graphisch gegeben ist, erledigt sich obige Integration am einfachsten durch Aufzeichnen der Funktion

$$\frac{1}{\mu - 1} = f_3(\sigma_V),$$

mit deren Hilfe σ_H durch eine Quadratur

$$\sigma_H = \int_0^{\sigma_V} f_3(\sigma_V) d\sigma_V \quad (51)$$

für jeden Einzelwert der Vertikalspannung berechnet werden kann. Auf diese Weise folgen die grundsätzlichen Formen der Kurven $\sigma_H = f_1(\sigma_V)$ und $(\sigma_V - \sigma_H) = f_2(\sigma_V)$ nach Abb. 14b.

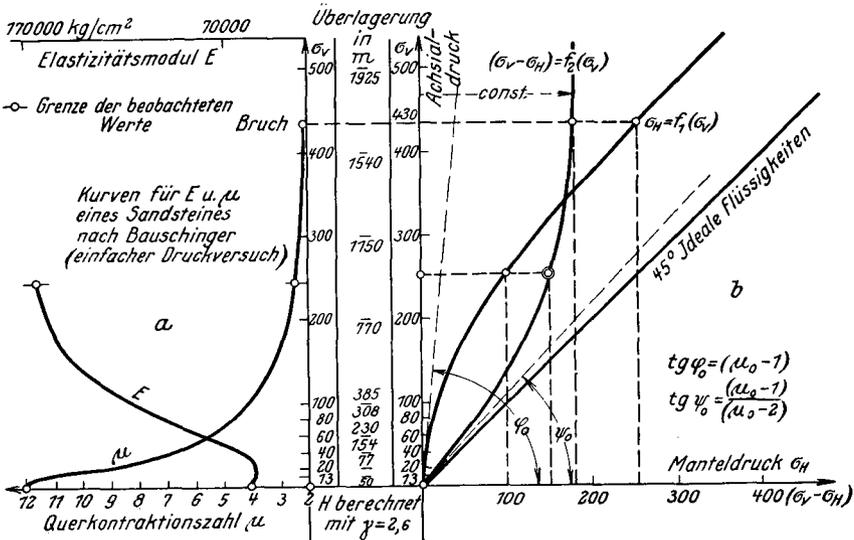


Abb. 14. Verhalten der Vertikal- und Horizontaldrücke im Gebirgsinnern bei wachsender Tiefe.

Allgemein kann die Kurve $\sigma_H = f_1(\sigma_V)$ in ihren Grenzfällen $\sigma_H = 0$ (näherungsweise für Kork zutreffend) und $\sigma_H = \sigma_V$ (ideale Flüssigkeiten)

in die σ_V -Achse bzw. die Gerade unter 45° degenerieren. Für die Gesteine wird als Normalverlauf der dargestellte gelten können, wonach die Kurve bei Erreichung einer bestimmten Dehnung (\sim Bruchdehnung des einfachen Druckversuches) der zweitgenannten Grenzgeraden parallel geht und im Nullpunkte einen den Werten $\mu_0 = m_0$ entsprechenden Anstieg von $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{d\sigma_V}{d\sigma_H} = (\mu_0 - 1)$ aufzuweisen hat. Ähnlich ergibt sich der Verlauf von $(\sigma_V - \sigma_H) = f_2(\sigma_V)$, nur daß diesem die Ordinatenachse als Grenzgerade zugehört.

Überträgt man nun die Ordinaten der Funktion $f_2(\sigma_V)$ in die Spannungsdiagramme Abb. 15, indem zu einem beliebigen σ_H aus Abb. 14b auf daselbst angedeutete Weise das entsprechende $(\sigma_V - \sigma_H)$ bei behinderter Querdehnung herausgegriffen und in die Kurven Abb. 15 eingetragen wird, so fixieren sich auf diesen gerade die Punkte, welche

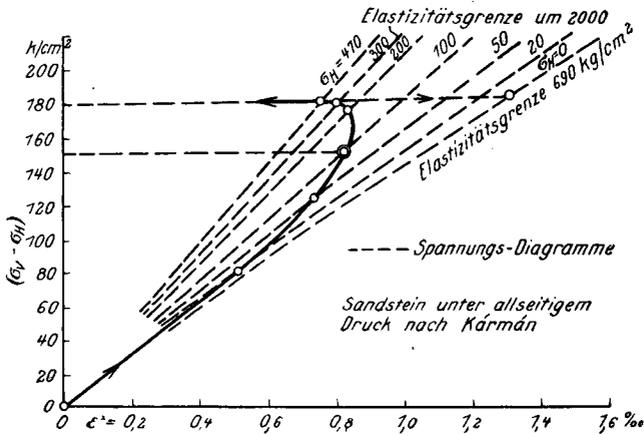


Abb. 15. Diagrammpunkte vollkommen behinderter Querdehnung.

den Zuständen des vorliegenden Druckversuches entsprechen. Vermittels der ihnen korrespondierenden Tangentenrichtungen lassen sich die gewünschten Spannungskurven ableiten.

Wie aus Abb. 14b ersichtlich ist, verläuft die Funktion $(\sigma_V - \sigma_H) = f_2(\sigma_V)$ aufsteigend bis zu einem konstanten Grenzwerte, kehrt also im Kurvenbilde Abb. 15 infolge steten Ansteigens der Elastizitätsgrenze unbedingt in das vornehmlich elastische Gebiet der Versuchskurven zurück. Es widerspräche jeder bisherigen Erfahrung, wenn hierbei der Extrempunkt irgendwo über die Fließgrenze hinaustreten würde, da bis anhin weder ein natürlicher noch ein modifizierter Stoff bekanntgeworden ist, der durch das Fließgebiet hindurch in einen neuen, vorzugsweise elastischen Zustand zurückkehrte.

Die dem vorliegenden Druckversuche entsprechende Spannungs-Dehnungskurve wird demzufolge entweder den Charakter der Abb. 7 b oder 7 c tragen, den empirisch gefundenen Kurven des einfachen Druckversuches ähnlich sein, aber vorwiegend elastische Formänderungen wiedergeben. Die Zuständigkeit dieser Diagramme macht daher in den betreffenden Problemen die Unterscheidung eines aktiven und passiven Verhaltens des Materials überflüssig. Der ihnen unter Zulassung des Hookeschen Gesetzes für unendlich kleine Belastungsintervalle nach Gl. (45) zukommende Elastizitätsmodul

$$E_x = \frac{d\sigma_x}{d\varepsilon_x} = E \left\{ \frac{1}{1 - \frac{2}{\mu(\mu-1)}} \right\} \quad (52)$$

gewährt einen beschränkten Einblick in die Größen der den Bereich der Bruchgrenze des einfachen Druckversuches beschlagenden Elastizitätskonstanten E und μ , die dort infolge der Unsicherheit der Beobachtungen für die wenigsten Stoffe unzweideutig festzulegen sind.

Verschwindet beispielsweise in Gl. (52) der Wert des Elastizitätsmoduls E , wie dies für zähe Materialien (Flußeisen ⁶⁵ u. v. a. m.) mit ziemlicher Gewißheit zutreffen dürfte, dann hält sich die Querkontraktionszahl auch bestimmt an ihre untere Grenze $\mu = 2$, sofern E_x einen endlichen Wert beibehalten soll; das darf bei allen Materialien als wahrscheinlich gelten. Für spröde Stoffe (Gesteine usw.) bleibt sich dagegen der Wert des Bruchelastizitätsmoduls ungewiß. Senkt sich die Tangente der Spannungskurve im Bruchpunkt nicht bis in die Horizontale, so kann auch an dieser Stelle μ noch nicht auf 2 gesunken sein. Das Zutreffen dieses Größenwertes wäre dann nur mit Hilfe des Druckversuches b als Augenblick beginnender InkompRESSibilität ($E_x = \infty$) festzustellen. Die Bauschingerschen Versuche scheinen entschieden für diese Annahme zu sprechen, so daß in Übereinstimmung mit einer früheren Überlegung (s. Einleitung c) ein Wert

$$2 < \mu = \sim 2$$

von der Wirklichkeit nicht weit abstehen dürfte. Von diesem Punkte an sollte folgerichtig das Spannungs-Dehnungsdiagramm b eine nahezu vertikale Tangente aufweisen.

Größere Werte von μ — wie sie zu Beginn des Versuches bei Gesteinen vorherrschen werden — bedingen nach (52) eine fast vollkommene Übereinstimmung der Elastizitätsmoduli E und E_x , was auch durch die Kármánschen Untersuchungen bestätigt zu sein scheint.

Auf Verhältnisse, wie sie diesem Druckversuch zu eigen sind, trifft man etwa im Innern des Gebirges — daher vorwiegend in den Kernpartien von Tunnelbauten und tiefer geführten Druckstollen; bei letz-

teren hauptsächlich dann, wenn sie eine Wasserscheide unterfahren. Wie bereits gesagt, bleibt es vorderhand ungewiß, inwieweit die Versuchsdiagramme b mit denjenigen des Druckversuches a übereinstimmen. Wahrscheinlich ist eine bestehende Differenz für die Rechnungspraxis unbedeutend; grundlegend bleibt aber ihr Unterschied in der Umkehrbarkeit der Zustandsänderungen.

In Ermangelung umfangreicher und vollständig vorliegender Versuchsergebnisse wird man sich im Bedarfsfalle für Belastungen und Entlastungen mit einer roheren Annäherung begnügen müssen. Diese besteht in der Übernahme der E -Kurve aus Versuch a und der approximativen Aufzeichnung der μ -Kurve auf Basis der daselbst gegebenen typischen Form, welche für $\varepsilon^* = 0$ mit m_0 und für die Bruchdehnung ε_b^* mit $\mu = \sim 2$ beobachtete Werte annimmt.

Die Betrachtungen über den Druckversuch bei behinderter Querdehnung dürfen nicht abgeschlossen werden, bevor über die Elastizitätsgrößen der lockeren Materialien ein kurzes Wort gesprochen ist. Sie bilden die fühlbarsten Inhomogenitäten des Gebirges, welche der Behandlung vorliegender Probleme Schwierigkeiten entgegenstellen können, diese jedoch, wie anderweitig bemerkt, nach ihrer grundsätzlichen Seite hin nicht zu beeinflussen vermögen. Im Aufbau der Erdrinde und in deren aktiven sowie passiven Wirkungen äußeren Einflüssen gegenüber nehmen die lockeren, kohäsionslosen bis kohärenten Massen eine ähnliche Stellung ein, wie die als feste Körper reagierenden eigentlichen standfesten Gesteine. Dies um so mehr, je größer die Tiefe ist, in welcher sie angetroffen werden.

Von einem Elastizitätsmodul kann für die lockeren Massen als solche, wie z. B. auch für die Flüssigkeiten, nur unter allseitigem festem Umschluß ($\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$) gesprochen werden. Er bestimmt sich dann auf gleiche Weise wie für feste Körper nach Gl. (52), aus der durch Umkehrung auch E berechnet werden kann, ein Wert, der annähernd mit dem Elastizitätsmodul der Elemente übereinstimmen wird.

Da die lockeren Massen — in ihren Grenzfällen — einerseits den Flüssigkeiten (schwimmendes Gebirge), andererseits den festen, kompakten Körpern sehr nahe kommen (stark verdichtetes Gemenge von Sand und Kies), und daher auch im Verhalten ihrer Querkontraktionszahl eine entsprechende Übereinstimmung zur Schau tragen werden, ist es naheliegend, daß sie sich, als Zwischenstufen der genannten Kohäsionsklassen, der diesen letzteren zukommenden mathematischen Fassung für μ gleichfalls unterordnen werden.

Die Erddrucktheorie geht bekanntlich von den Grenzzuständen der lockeren Massen aus. Hierbei deckt sich beispielsweise der Ausgangspunkt der Résalschen Betrachtungen⁴⁶ mit der Fixierung zweier

Grenzgeraden in der Mohrschen Darstellung der Spannungszustände⁴⁷:

$$\tau_{\max} = \pm (\tau_0 - \sigma \operatorname{tg} \varphi). \quad (53)$$

Aus Gl. (53) wird sofort ersichtlich, daß ein ausgesprochenes Druckgleichgewicht erst von der Tiefe y_0 (Gl. 54) ab möglich sein kann, da oberhalb der mit ihr fixierten Körperebene der untere Grenzzustand Zugspannungen in sich schließt. y_0 stellt diejenige Höhe dar, bis zu welcher der betreffende, in seiner Oberfläche horizontal begrenzte Erdkörper gefahrlos lotrecht angeschnitten werden kann. Die figürliche Darstellung 16, in welcher der eingezeichnete Kreis den untersten aktiven Grenzzustand im Gebiete der Druckkräfte darstellt, zeigt, daß

$$OA = \tau_0 \cdot \operatorname{ctg} \varphi \quad \text{und} \quad \sin \varphi = \frac{r}{r + \tau_0 \operatorname{ctg} \varphi} \quad \text{ist, woraus}$$

$$r = \tau_0 \cdot \frac{\cos \varphi}{(1 - \sin \varphi)} = \tau_0 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

und mit

$$2r = \sigma_y = \gamma \cdot y \quad (54 \text{ a})$$

die genannte Ordinate

$$y_0 = \frac{2 \tau_0}{\gamma} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (54)$$

hervorgeht.

Die Résalsche Erddrucktheorie liefert weiter, ohne auf die elastischen Eigenschaften des Erdkörpers einzutreten, den zum mindesten notwendigen Horizontaldruck, d. h. den aktiven Erddruck in einer Tiefe y zu¹⁾:

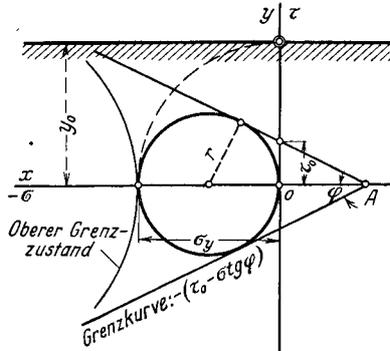


Abb. 16. Unterer Grenzzustand allseitigen Druckes in lockerem Material.

$$\sigma_H = \gamma \cdot \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left\{ y - \frac{2 \tau_0}{\gamma} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right\}. \quad (55)$$

Dieser Ausdruck gestattet in Verbindung mit der vertikalen Überlast (54 a) den für das Material charakteristischen Koeffizienten μ nach der einleitend angeführten Formel (1)

$$\mu = 1 + \frac{d \sigma_y}{d \sigma_x} \quad (55 \text{ a})$$

zu berechnen.

Dieses Vorgehen bliebe aber in einem Punkte unvollständig, da die Masse in ihren kleinsten Teilchen unveränderlich als starr betrachtet wurde. Eine solche Voraussetzung mag in und in unmittelbarer Nähe der Oberfläche gerechtfertigt sein. Je mehr man sich aber in beträcht-

¹⁾ L. 46, S. 32.

lichere Tiefen begibt, desto intensiver wird die Verdichtung des über Tage selbst vollkommen zusammenhanglosen Materials werden, und um so mehr müssen die elastischen Eigenschaften der aufbauenden Gesteinselemente hervortreten; die Masse büßt, im großen und ganzen betrachtet, ihre typischen Unterschiede gegenüber den festen Körpern nach und nach ein. Der in der Horizontalebene herrschende Umschlingungsdruck wird immer mehr durch die gehinderte Querdehnung der Elemente als durch die Notwendigkeit des oberflächlich unerläßlichen unteren Grenzzustandes bedingt.

Demgemäß wird sich in obigem Ausdruck für μ der Horizontaldruck σ_x aus zwei Teilen zusammensetzen: einem ersten, mit wachsender Tiefe y in Abnahme begriffenen σ_H , und einem zweiten, zunehmenden σ_H^* . Ihrer Herkunft entsprechend deckt sich der erste mit dem Ausdruck der Gl. (55), während sich der zweite, auf Grund einer Beziehung $\mu^* = f(\sigma_y)$ für die Elemente, nach (51) zu

$$\sigma_H^* = \int_0^y \frac{d\sigma_y}{(\mu^* - 1)}$$

integrieren läßt, soweit ihre respektiven Grenzwerte ins Auge zu fassen sind.

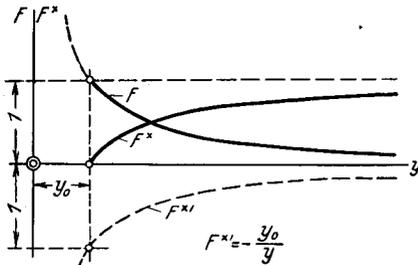


Abb. 17. Faktoren der Teilbeträge von σ_x .

Um nun dem schwindenden bzw. wachsenden Einfluß der beiden Komponenten gerecht zu werden, sollen ihnen zwei gegenseinnige, mit y asymptotisch verlaufende Faktoren vorgesetzt werden, was am einfachsten mit Hilfe zweier spiegelbildlich verlaufender Hyperbeln

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{y_0}{y} && \text{für } \sigma_H \\ F^* &= -\frac{y_0}{y} + 1 = (1 - F) && \text{für } \sigma_H^* \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

zu bewerkstelligen ist (Abb. 17).

Mit den Ausdrücken (56) schreibt sich nun das Differential des Aggregates der Horizontalspannung

$$d\sigma_x = F \cdot \gamma \cdot \text{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) dy + (1 - F) \cdot \gamma \cdot \frac{dy}{(\mu^* - 1)}$$

und damit

$$\mu = 1 + \frac{y}{y_0 \cdot \text{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{y - y_0}{\mu^* - 1}} \quad (57)$$

als Querkontraktionskoeffizient lockerer Massen, variierend mit der Tiefe y .

Schreibt man den am Aufbau der Masse beteiligten Elementen einen Verlauf $\mu^* = f(\sigma_y)$ nach Abb. 14 a zu und bestimmt mit $\gamma = 2,6 \text{ t/m}^3$, $\tau_0 = 2\gamma = 5,2 \text{ t/m}^2$, und $\varphi = 36^\circ 50' 1)$ den grundsätzlichen Verlauf des Koeffizienten (57), so ergibt sich das in Abb. 18 dargestellte Bild. Die Ursprungsordinate folgt aus Gl. (57) zu

$$\mu_0 = m_0 = 5 \tag{57 a}$$

und entspricht dem Wert der Querkontraktionsziffer lockeren Materials an der Oberfläche. Für diesen ist die Tatsache bemerkenswert, daß die beiden Autoren Résal⁴⁶ und Lorenz⁵² — obgleich ihre Darlegungen ganz unterschiedliche Zwecke verfolgen, daher auch schon in ihren Ausgangsprämissen voneinander abweichen —, der erste implizite, der zweite explizite, zu demselben Ergebnis (57 a) geführt werden.

Natürlich lassen sich jetzt aus der Gl. (57) die Grenzfälle wieder ohne Schwierigkeiten entwickeln. So geht aus ihr mit $\tau_0 = 0$; $y_0 = 0$; $\varphi = 0^\circ$; $\mu^* = \text{const.} = 2$, der Verlauf der Querkontraktionsziffer für inkompressible Flüssigkeiten $\mu = 2$, mit $y_0 = 0$; $\mu^* = f(\epsilon^*)$ derjenige für feste Körper $\mu = \mu^* = f(\epsilon^*)$ hervor, so daß dieser Ausdruck alle in Betracht zu ziehenden Körperkategorien formal umfaßt.

Gleichwohl soll dieser Ableitung kein übertriebener Wert beigemessen werden. Sie beleuchtet die prinzipielle Seite des Gegenstandes und ist die Erweiterung eines früheren Gedankenganges, nach welchem auch die lockeren und kohärenten Massen im Hinblick auf innere Störungen derselben Behandlung teilhaftig sein sollen wie die festen Körper; dies unter voller Beachtung aller ihnen notwendigerweise auferlegten Einschränkungen.

Solange demnach Gleichgewichtsstörungen ausbleiben, die den Zusammenhang der Massen vorübergehend oder dauernd lockern, solange es sich also um Spannungsänderungen handelt, wird die Behandlung auch dieser Probleme nach Art der Elastizitätstheorie für feste Körper die einzig richtige sein. In allen Fällen aber wird auf dieser Grundlage gerade bei gemischten Systemen der unterste Grenzwert der zur Sicherung des Gleichgewichtes notwendigen Aktion oder Reaktion zu erheben sein.

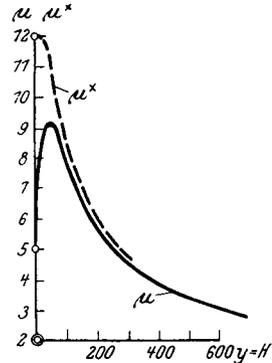


Abb. 18. Mutmaßlicher Verlauf der Querkontraktionsziffer lockeren Materials.

1) Vgl. L. 46 und 52.

§ 6. Die Elastizitätsgrößen des Problems.

Die vorausgehenden Darlegungen lassen erkennen, daß es nicht gleichgültig ist, unter welchen äußeren Umständen die zu erwartenden Formänderungen zu ihrem Vollzuge gelangen, d. h. welcher der Druckversuche a oder b zur Festlegung der für ein bestimmtes Problem zuständigen Elastizitätsgrößen herbeizuziehen ist. Zur Erläuterung des Gedankenganges, wie die Wahl dieser Größen zu erfolgen hat, dürfte es ausreichend sein, allein die Verhältnisse des Versuches a in Berücksichtigung zu ziehen. Das Hinzutreten der vollen Umschlingungsdrücke (Versuch b) hat, durch den Ausfall der Nachwirkungs- und Hysteresiserscheinungen, lediglich eine Vereinfachung im Ablauf der Formänderungen zur Folge; sie vollziehen sich dann — grundsätzlich — umkehrbar nach den Arbeitsdiagrammen des einfachen Druckversuches (Abb. 19).

Der Deutlichkeit wegen werde erstlich das Verhalten eines einzelnen Punktes bis zur Einstellung der Betriebs- und Ruhespannung näher verfolgt. Dabei ist es für das vorliegende Problem kennzeichnend, daß sich der Deformationsvorgang ganz oder teilweise nur ein einziges Mal vollzieht. Seine Einstellung, die stufenweise erfolgt, geschieht nun folgendermaßen:

Vom Augenblicke seiner Entstehung bis zu demjenigen seiner Erschließung hat das Gebirge eine vielleicht wechselvolle Vorgeschichte erlebt. Es hat aber Jahrtausende hindurch Zeit gehabt, sich dem Wechsel seiner Umgebung stetsfort neu anzupassen, was besagen will, daß die vorgeschichtlichen Deformationen auf der Kurve der unendlich langsamen Belastung vor sich gegangen sind ($O-P_0$).

Ganz plötzlich wird bei P_0 in dieses ruhende Gebirge ein Stollen aufgeföhren und damit in unerwartet raschem Fortschreiten seine bisherige Kräfteverteilung gestört. Unverzüglich muß es sich den aller-notwendigsten Formänderungen anpassen, um dann, nach und nach, einem stabilen Gleichgewichtszustande zuzustreben. Die Deformationskurve biegt also von P_0 rasch in die jungfräuliche Kurve ein, folgt ihr auf eine längere oder kürzere Strecke, um schließlich in P^T zum zweitenmal in eine stabile Ruhelage zu gelangen. Der Effekt bleibt sich jetzt genau derselbe, wie wenn die gesamte Formänderung längs der Kurve der unendlich langsamen Belastung erfolgt wäre, so daß sie allein für die ersten zwei Stufen des Belastungswechsels ausschlaggebend bleibt.

Ist der nunmehr geschaffene Hohlraum etwa als Werkleitung für Druckwasser ausersehen, so bewirkt dieses letztere eine wechselnde Entlastung und Belastung der umgebenden Gesteinshülle, sobald der Stollen seiner eigentlichen Zweckbestimmung entgegengeführt wird. Die Formänderungen erfolgen zunächst entlastend auf (P^T-P^D), bei Neubelastung auf der rückläufigen Schleife wieder nach P^T zurück und so

fort, in stetem Wechsel auf oder innerhalb der selben, der maximalen Entlastung entsprechenden Hysteresisschleife.

Würde es sich nur um die Feststellung der Verzerrungen in einem einzelnen Punkte handeln, so wäre die Einführung der Geraden ($O-P_0$) (P_0-P^T), (P^T-P^D), als Beziehung zwischen Spannungen und Dehnungen, vollkommen genügend. Innerhalb der hier zu behandelnden Probleme wechseln jedoch die Spannungsverhältnisse von Punkt zu Punkt, so daß es sich für die Wahl der maßgebenden Elastizitätsgrößen darum handelt, die Abweichungen der berechneten gegenüber den tatsächlichen Verhältnissen möglichst gering zu halten.

Die sichersten Anhaltspunkte gewährt in dieser Beziehung die Parallelstellung von Elastizitätsmessungen am Versuchsobjekt und

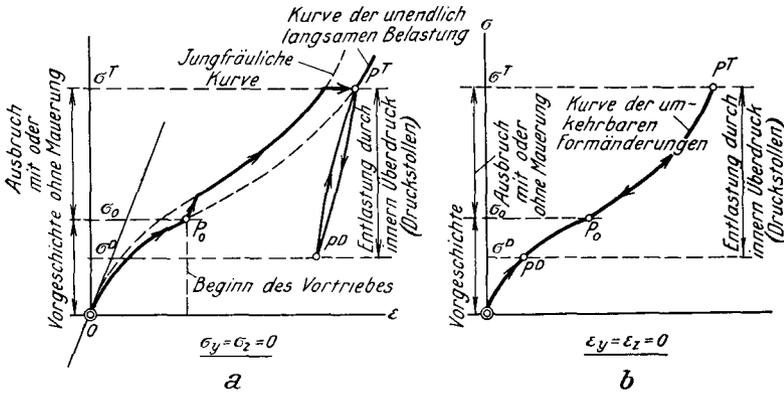


Abb. 19. Formänderung des Gebirges im ungestörten und gestörten Zustande, a) bei freier, b) bei behinderter Querdehnung.

Elastizitätsrechnungen auf Grund der theoretischen Ergebnisse, unter Einführung konstanter Zwischenwerte für E und μ , wie sie aus den besprochenen Druckversuchen hervorgehen. Je höher sich die Zahl der angestellten Versuche beziffert und je enger diese, mit Rücksicht auf ein bestimmtes Problem, demselben angepaßt sind, desto zuverlässiger werden die darauf abgestellten Resultate erscheinen. Da nun bisher Parallel-Versuche in Richtung dieser speziellen Probleme nicht vorliegen¹⁾, ist es augenblicklich nicht wohl möglich, zuverlässige Richtlinien für die Rechnungsdurchführung zu geben.

Einen ersten rohen Fingerzeig für die der Belastung zustehenden Elastizitätsgrößen gibt Krüger mit Beobachtungen, die von ihm für ein ähnliches Problem durchgeführt wurden²⁾. Er hat dickwandige Hohlzylinder einem inneren Überdruck unterworfen und in ver-

¹⁾ Die Versuche der Druckstollenkommission in Amsteg konnten zu diesem Zwecke leider nicht herbeigezogen werden, da Laboratoriumsversuche vollständig fehlen. ²⁾ L. 66, S. 38 ff.

schiedenen Achsabständen Elastizitätsmessungen vorgenommen. An dieser Stelle interessiert nun insbesondere ein Gußeisenring, welcher durch die Abweichung seines Deformationsdiagrammes vom Hooke'schen Gesetz mit den vorliegenden Problemen eine gewisse Verwandtschaft aufzuweisen hat. Er zeigt mit den der halben maximalen Beanspruchung an der Innenseite des Ringes entsprechenden Elastizitätsgrößen, unter welchen der Querkontraktionskoeffizient allerdings unkontrollierbar bleibt, eine mittlere Abweichung von ca. 2,5% in den Dehnungen, und eine solche von ca. 4% in den reduzierten Spannungen.

Der Wert für μ scheint mit $\mu = 3,3$ allerdings etwas zu tief gegriffen zu sein. Schreibt man dem von Krüger verwendeten Gußeisen willkürlich den aus Bauschingerschen Versuchen⁷³ für dieselbe mittlere Spannung hervorgehenden Zahlenwert $\mu = 4,7$ zu, so erhöht sich die mittlere Abweichung in den Dehnungen auf ca. 6%, während sie sich in den reduzierten Spannungen nahezu gleich bleibt.

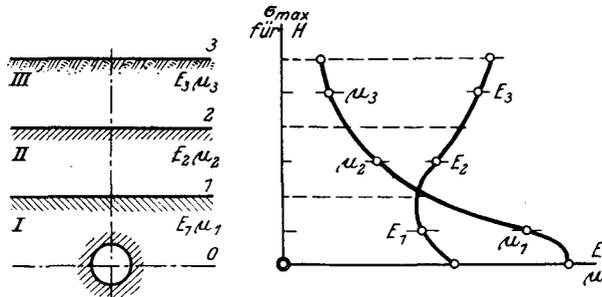


Abb. 20. Genauere Spannungsbestimmung durch Unterteilung der Überlagerung.

Ein Schluß von den reduzierten auf die allgemeinen Spannungswerte und eine Übertragung der Beobachtungen an Gußeisen auf das Verhalten der Gesteine ist nicht ohne weiteres statthaft. Immerhin erweisen sich die beiden Aufgaben der Problemstellung und den speziellen Eigenschaften der Stoffe nach als so wesensverwandt, daß man die Wahl der Elastizitätsgrößen nach den oben gegebenen Gesichtspunkten, hinsichtlich ihrer Zulässigkeit zur Erlangung eines ersten Anhaltspunktes, außer Zweifel stellen darf. Dies um so mehr, als die Diagramme der Gesteine im allgemeinen geringfügiger von der Geraden abweichen werden, als wie dies für das Gußeisen der Fall ist.

Bei der Rechnungsdurchführung muß die größte Spannung erstmalig geschätzt werden, worauf sich die Möglichkeit bietet, eine erste Wahl der Elastizitätsgrößen vorzunehmen. Durch ein- oder mehrfache Wiederholung dieser Operation, für die von nun an die Maximalspannung berechnet werden kann, gelangt man zu einer sukzessiven Annäherung. Über den numerischen Einfluß der Größen E und μ wird an späterer Stelle ausführlicher zu sprechen sein.

Wird ein erheblicher Rechnungsaufwand nicht gescheut, so kann eine genauere Annäherung durch mehrfache Unterteilung der Überlagerung sowie der entsprechenden E - und μ -Kurven erzielt werden (Abb. 20). Von Stufe zu Stufe fortschreitend werden in obengenannter Weise die Konstanten E und μ der einzelnen Teilbelastungen bestimmt und damit die Spannungen und Verschiebungen der Überlagerungszonen aus einer Summe von Differenzen

$$\left. \begin{array}{l} H'_1 = 0 - 1 \\ H''_1 = 0 - 0 \end{array} \right\} \text{ mit } E_1 \text{ und } \mu_1 \left\{ \begin{array}{l} \sigma'_1 \\ \sigma''_1 \end{array} \right\}, \text{ woraus für I: } \Delta\sigma_1 = \sigma'_1 - \sigma''_1$$

$$\left. \begin{array}{l} H'_2 = 0 - 2 \\ H''_2 = 0 - 1 \end{array} \right\} \text{ mit } E_2 \text{ und } \mu_2 \left\{ \begin{array}{l} \sigma'_2 \\ \sigma''_2 \end{array} \right\}, \text{ woraus für II: } \Delta\sigma_2 = \sigma'_2 - \sigma''_2$$

usw. usw. usw.

$$\underline{\underline{\sigma = \sum \Delta\sigma}}$$

ermittelt, die abschließend zu den wahrscheinlichen Spannungen σ unter voller Überlast führt.

Da sich die vorgeschichtlichen Spannungseinstellungen wie auch diejenigen nach der Durchörterung, unter Ausschluß geringfügiger Zonen, in Druckkräften äußern, findet bei Aufsetzung eines inneren Überdruckes eine Entlastung des vorgespannten Gebirges statt. Es wurde bereits erwähnt, daß die voranzusetzende Entlastungsgerade nicht erheblich von der Tangentenrichtung im Nullpunkte abweicht und bei mangelhaften Voruntersuchungen durch diese ersetzt werden kann. Sind die Elastizitätsverhältnisse genauer ergründet, so lassen sich auch hier, wie bei der vorbesprochenen Belastung, mittlere Tangentenwerte einführen.

Es darf dabei nicht unerwähnt bleiben, daß bei verwickelteren Spannungsverhältnissen der Entlastungsvorgang leicht remanente Spannungen nach sich zieht, welche die nachfolgende Kräfteverteilung unter Umständen erheblich beeinflussen können. Die Remanenz wird um so größer sein, je fragwürdiger die Umkehrbarkeit des Deformationsvorganges und je größer der maximale Spannungsunterschied innerhalb der Störungszone erscheint. Dies trifft in hohem Maße für ein zähes Material mit anfänglicher Linearbeziehung und ausgesprochener Fließgrenze zu, sobald diese letztere überschritten ist.

Sprödes Material, und insbesondere die Gesteine, befolgen das Hookesche Gesetz im allgemeinen nicht, weichen aber andererseits bis zum Bruche nur ganz unerheblich von der Geraden ab. Sie zeigen daher, wenn auch nicht für alle, so doch für die meisten Probleme keine Fließerscheinungen (vgl. § 7a); trotzdem ist die Formänderung auch da nicht immer umkehrbar. Remanente Spannungen dürfen daher bei diesen Entlastungs- und Neubelastungsvorgängen nicht ohne weiteres

verneint werden, doch bleibt ihr Einfluß aller Voraussicht nach klein und vernachlässigbar.

Zusammenfassend hätte demnach die Bestimmung der einzuführenden Elastizitätsgrößen, auf Grund der bestehenden Versuchsdaten, wie nachstehend zu erfolgen:

Zunächst sind die zur Verfügung stehenden Diagramme *a* und *b* möglichst vollständig auf ihre Elastizitätsgrößen hin zu verarbeiten, wobei *b* in der Umgebung der Bruchgrenze ergänzend einzuspringen hat. Die Spannungs-Dehnungskurven sollen vollständig, sowohl für Belastung als auch Entlastung ermittelt sein, was nach der üblich gewordenen Behandlung durch die Materialprüfungsanstalten den Kurven der totalen und der rein elastischen Formänderung entspricht.

Daraufhin können, nach Maßgabe der zu erwartenden Maximalspannung, auf Grund einer empirisch bestimmten Regel die ausschlaggebenden Werte als Konstanten herausgegriffen werden (nach Krüger für $\frac{\sigma_{\max}}{2}$). Je nach der Örtlichkeit, entsprechend den Versuchen *a* und *b*, werden für Belastung und Entlastung ein und dieselben oder aber verschiedene Werte der Elastizitätsgrößen zur Verwendung gelangen müssen.

4. Das gestörte Gebirge.

§ 7. Wirkungen des Gebirgsdruckes.

Einleitend wurde die entwicklungsgeschichtliche Begründung dafür gegeben, daß es erlaubt sei, auf den spannungslosen Zustand als auf einen unveränderlichen Nullpunkt, nicht nur als ideelle Basis, sondern auch zur Ermittlung der Gebirgsanfangsspannungen zurückzugreifen.

Dauernde Verformungen, die das Gestein vom Augenblicke seiner Bildung ab bis heute möglicherweise und sogar wahrscheinlich erlitten hat, zählen zum unerforschlichen Teil seiner Vorgeschichte. Sie äußern sich innerhalb der für die Gesteine typischen Kohäsionseigenschaften, die von Ort zu Ort wechseln können und sind in den qualitativen Aufschlüssen der Experimentaluntersuchungen durch ihr gegen früher verändertes elastisches Verhalten gekennzeichnet. Hieraus resultierende Inhomogenitäten des Gebirges können das in seiner Ausdehnung beschränkte Störungsgebiet wohl kaum bedeutsam beeinflussen.

Zur Klarstellung der durch einen Stollen veranlaßten Deformationsgeschehnisse denke man sich eine unbelastete volle Gesteinsscheibe der Wirkung der Schwerkraft entzogen; sie befindet sich dann im

Nullpunkte ihrer Verformungen und ist demzufolge auch vollkommen spannungslos. In diesem Zustande sei auf ihr vom Festpunkte O , d. h. von ihrem zukünftigen Stollenzentrum aus, ein Kreis vom Radius ρ markiert, worauf sie wieder in die Wirkungssphäre der Gravitation zurückversetzt werde. Der genannte Kreis wird sich zu einem von seiner ursprünglichen Gestalt wenig abweichenden Oval O_1-O_1 deformieren, die obere Begrenzungsgerade um einen gewissen Betrag von S_0-S_0 auf S_1-S_1 senken¹⁾.

Bricht man nun aus dieser Scheibe nach dem Oval O_1-O_1 eine Fläche aus, so stellt sich neuerdings eine Deformation der Stollenwandungen nach O_2-O_2 , der Oberfläche nach S_2-S_2 ein. Entzieht man schließlich die gelochte Scheibe der Einwirkung der Schwere wieder, so wird das Oval O_2-O_2 — vorausgesetzt, daß die Zustandsänderung umkehrbar sei und das Superpositions-gesetz Gültigkeit besitze — in die Ausgangsform des Kreises O_0-O_0 zurückkehren.

Daraus kann deutlich geworden sein, daß beim Auffahren des Gebirges in seinem natürlichen Zustande nur die Differenz der totalen auf den spannungslosen Nullpunkt bezogenen Verformungen gegen die im ungestörten Gebirge bereits vorhandene Deformation in Erscheinung tritt. Dieser Unterschied allein kann gegebenenfalls auf einen Einbau wirksam werden, wogegen die Gesamtheit der Verschiebungen dem Spannungszustande des Gebirges entspricht.

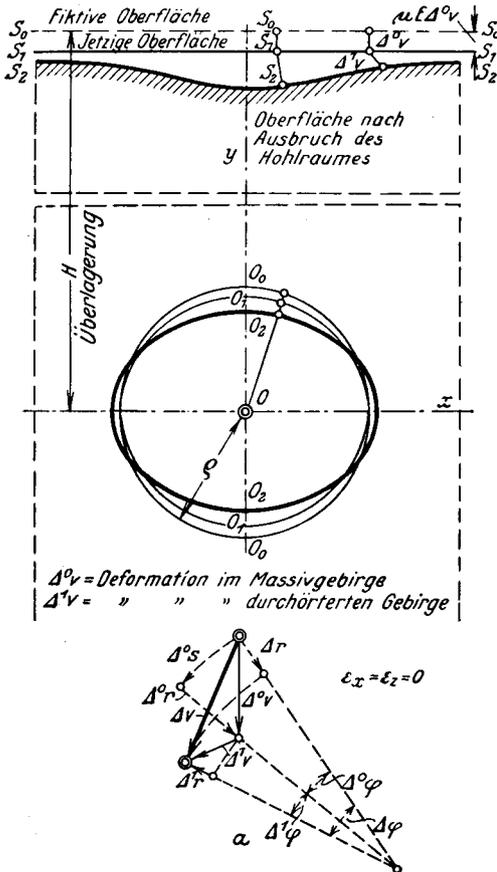


Abb. 21. Verformung einer Gesteinsscheibe im natürlichen bzw. aufgeschlossenen Zustande.

¹⁾ Stark verzerrt in Abb. 21.

a) Tunnel ohne Auskleidung.

Mit dem Rüstzeug der vorangehenden Paragraphen fällt es nicht mehr schwer, die auf mannigfache Art möglichen Gleichgewichtsveränderungen in der Umgebung eines unterirdischen Hohlraumes festzustellen. Der eigentliche Charakter dieser Spannungsstörungen liegt jedoch nicht allein in der Form des mathematischen Ausdruckes; er wird ihnen erst durch die Verwertung der Ergebnisse der vorbesprochenen Experimentaluntersuchungen aufgeprägt. Aus diesem Grunde soll dem Einfluß der Elastizitätsgrößen in den nachfolgenden Betrachtungen ein breiterer Raum gewährt werden.

Zur analytischen Formulierung der Spannungen im Falle eines un-
ausgekleideten Tunnelhohlraumes erinnere man sich der Darlegungen des § 2. Es verblieben dort in den Gl. (30) und (32) nur noch die inneren Grenzbedingungen einzuführen, die sich für einen Ausbruchradius $r = \varrho$ wie folgt ausdrücken lassen¹⁾:

$$r = \varrho : \sigma_r = 0 ; \quad \tau_{rt} = 0. \quad (58)$$

Mit ihnen wird über die sieben noch freien Konstanten verfügt. Um den Text nicht unnötig zu beschweren, wurden diese Konstantenwerte, in ihrer Form alle hier in Betracht kommenden Belastungsfälle umfassend, in den Anhang am Schlusse dieses Abschnittes verwiesen. Sie können nötigenfalls mit Hilfe der an jener Stelle sich vorfindenden Angaben ohne weiteres ermittelt werden.

Trifft man die Abkürzung $p = \left(\frac{\varrho}{r}\right)^2$, so folgen mit deren Einführung in (30) und (32), doch unter voller Beschränkung auf die wichtigsten Werte, als Spannungen:

$$\begin{aligned} (\sigma_r)_U &= -\sigma_1 H (1-p) + (1-p) \left\{ \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{2} - \left(m\gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right) p \right\} r \cdot \sin \varphi \\ &\quad + \sigma_2 H (1-p) (1-3p) \cos 2\varphi \\ &\quad - \frac{\sigma_2}{2} (1-p) (1+p-4p^2) r \cdot \sin 3\varphi \\ (\sigma_t)_U &= -\sigma_1 H (1+p) + \left\{ \sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} - m\gamma p - \left(m\gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right) p^2 \right\} r \cdot \sin \varphi \\ &\quad - \sigma_2 H (1+3p^2) \cos 2\varphi \\ &\quad + \frac{\sigma_2}{2} (1-p^2+4p^3) r \cdot \sin 3\varphi \\ (\tau_{rt})_U &= (1-p) \left\{ \frac{\sigma_2}{2} + \left(m\gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right) p \right\} r \cdot \cos \varphi \\ &\quad - \sigma_2 H (1-p) (1+3p) \sin 2\varphi \\ &\quad - \frac{\sigma_2}{2} (1-p) (1+p+4p^2) r \cdot \cos 3\varphi \end{aligned} \quad (59)$$

¹⁾ Vgl. Abb. 30.

und als Verschiebungen¹⁾:

$$\begin{aligned}
 \mu E(\Delta r)_U &= \mu E(\Delta^0 r + \Delta^1 r) = -r \cdot \sigma_1 H (\mu_2 + \mu_0 p) \\
 &+ \left\{ \frac{1}{4} (2 \sigma_1 \mu_2 + \sigma_2 \mu_0) - (\mu_1 + m \mu_2) \gamma \cdot p \cdot \lg r/H' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\mu_0}{2} \left(m \gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right) p^2 \right\} r^2 \cdot \sin \varphi \\
 &+ \sigma_2 H \{ \mu_0 (1 - p^2) + 4 \mu_1 p \} r \cdot \cos 2 \varphi \\
 &- \frac{\sigma_2}{4} \{ \mu_0 (1 + p^2 - 2 p^3) + 4 \mu_1 p^2 \} r^2 \cdot \sin 3 \varphi \\
 \mu E(\Delta \varphi)_U &= \mu E(\Delta^0 \varphi + \Delta^1 \varphi) = \\
 &- \left\{ \frac{1}{4} (2 \sigma_1 \mu_2 - 3 \sigma_2 \mu_0) + \frac{\mu_0}{2} \left(m \gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right) p^2 \right. \\
 &\quad \left. + \gamma \left[(\mu_1 + m \mu_2) \lg r/H' + \frac{\mu_0^2}{4 \mu_1} \right] p \right\} r \cdot \cos \varphi \\
 &- \sigma_2 H \{ \mu_0 (1 - 2 p + p^2) + 4 \mu_1 p \} \sin 2 \varphi \\
 &- \frac{\sigma_2}{4} \{ \mu_0 (1 - 3 p^2 + 2 p^3) + 4 \mu_1 p^2 \} r \cdot \cos 3 \varphi.
 \end{aligned} \tag{60}$$

Die Werte für $(\Delta r)_U$ und $(\Delta \varphi)_U$ gehen für $r = \infty$ in (27) über, wobei zu beachten bleibt, daß der Ausdruck $p \cdot \lg r/H'$ sowohl für $r = H'$ als auch für $r = \infty$ zu Null wird, oder mit anderen Worten, daß der betreffende Term für $r \geq H'$ auszuscheiden hat.

Für eine Durchmesser-verschiebung gilt allgemein

$$\mu E(\Delta d)_\varphi = \mu E(\Delta r)_\varphi + \mu E(\Delta r)_{\varphi+\pi} \tag{61}$$

und hier, für den Stollenumfang, mit $p = 1$

$$\mu E(\Delta d)_\varphi = 2 \varrho H \{ 4 \sigma_2 \mu_1 \cdot \cos 2 \varphi - \sigma_1 (\mu_2 + \mu_0) \}.$$

Bemerkbar wird jedoch nur die Differenz gegen die Verschiebung im ungestörten Gebirge. Nach Subtraktion des entsprechenden Wertes der Gl. (27) verbleibt:

$$\mu E(\Delta^1 d)_\varphi = 2 \varrho H \{ \sigma_2 (4 \mu_1 - \mu_0) \cos 2 \varphi - \sigma_1 \mu_0 \}, \tag{62}$$

unabhängig von den trigonometrischen Termen $\sin \varphi$ und $\sin 3 \varphi$, was darauf hindeutet, daß unter Benutzung des früher erwähnten Näherungsverfahrens dasselbe Resultat erhältlich gewesen wäre. Die sich um das Stollenzentrum symmetrisch gruppierenden Massenkräfte können daher in ihrer Wirkung auf Δd ohne Einbuße an Genauigkeit durch einen konstanten mittleren Überlagerungsdruck ersetzt werden. Ein analoges Ergebnis wird sich später, in § 8 unter b, wiederfinden.

¹⁾ Der Anteil der Verschiebungen $\Delta^0 r$ und $\Delta^0 \varphi$ ist durch stärkeren Druck hervorgehoben.

Unbekümmert um ihren Endzweck durchlaufen alle Tunnel- und Stollenbauten im Massivgebirge das oben formulierte Stadium. Dieses übt zum Teil auf ihr späteres Verhalten im Betriebszustande, insbesondere neu aufgebrachten Lastensystemen gegenüber, einen bestimmenden Einfluß aus. In gebräichen, lockeren, rolligen Gebirgsarten auftretende größere Druckercheinungen sind, wenn man ihren ersten Ursachen nachspürt, darauf zurückzuführen, daß auch diesen schwach kohärenten Massen offenbar die Tendenz innewohnt, der Kräfteverteilung des unausgekleideten Hohlraumes, wenn auch nur in Anfangsimpulsen, zuzustreben. Dadurch kommt diesem Fall eine allgemeinere Bedeutung zu, und es dürfte am Platze sein, die ihm charakteristischen Spannungsgrößen einer eingehenden Diskussion zu unterwerfen und einige allgemeine Bemerkungen daran anzuknüpfen.

Zunächst ist es von Interesse, zu erfahren, wieweit sich etwa das Störungsfeld vom Zentrum des künstlichen Hohlraumes aus erstreckt. Der Einfachheit halber empfiehlt es sich, dessen Ermittlung auf das Gebirgsinnere ($s = 0$; $s^* = 0$) zu beschränken; andere Grenzkombinationen in s und s^* berühren das Wesentliche des Ergebnisses nicht.

In den Klammerausdrücken der Spannungsgrößen (59) stehen sich — unter Beachtung der vorgeschlagenen Einschränkung — zur Hauptsache Vielfache von p oder dessen Potenzen und der Zahlwert 1 gegenüber. Infolge einer raschen Wertminderung treten die letztgenannten bald soweit zurück, daß für den weiteren Störungsverlauf einzig das Verhältnis dieser Vielfachen zu Eins maßgebend wird.

Die Anspruchsvollste unter ihnen ist der Wert $4p$, und aus ihm folgt direkt für eine Abweichung von

$$5\%: 4p \leq 0,05; \quad r \geq 9\rho; \quad 1\%: 4p \leq 0,01; \quad r \geq 20\rho.$$

Das Ergebnis zeigt mit aller wünschenswerten Deutlichkeit, daß die Störungszone praktisch eng begrenzt ist und daher die vereinfachenden Annahmen des § 1 vollauf berechtigt sind. Dadurch, daß sich in einem Umkreis von neun Tunnelhalbmessern der natürliche Spannungszustand bis auf kleine Unterschiede wieder einstellt, sind, praktisch für alle Fälle, die äußeren Grenzbedingungen der Oberflächengeraden ($\sigma_y = 0$; $\tau = 0$) automatisch erfüllt.

Von etwas anderen Gesichtspunkten aus muß immerhin die geringste, für die Verwertung dieser Deduktionen noch zulässige Überlagerungshöhe beurteilt werden. Hierfür ist der auf der Vertikalen durch das Stollenzentrum sich vorfindende Spannungsverlauf, ausgedrückt durch die Gleichung

$$(\sigma_r)_{\varphi = \pi/2} = \gamma(r-H) + \sigma_2 \cdot p \left[r \{ m(\sigma + 1) + 2(p-1) \} p - (\sigma + 1)(1 + m) \right] + H(\sigma - 3p + 4) \quad (63)$$

mit
$$\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{s + \mu - s^*}{s + \mu - 2 + s^*}$$

allein zuständig. Über die darin auftretenden Gebrauchswerte ergibt die Diskussion zunächst das Nachfolgende.

Im ersten Bildungsgesetz $\mu_n = \frac{1}{\mu} \{n \cdot s - (\mu + 1)(n - \mu)\}_{n=0,1,2,\dots}$ ist s gemäß Einführung ein echter positiver Bruch; andererseits behält μ stets einen positiven Wert $\mu \geq 2$. Die Koeffizienten μ_n werden daher negativ, sobald $n > \frac{\mu(\mu + 1)}{(\mu + 1 - s)}$, oder, mit $\left. \begin{array}{l} s = 0 \\ s = 1 \end{array} \right\}$ sobald $\left\{ \begin{array}{l} n > \mu \\ n > (\mu + 1) \end{array} \right.$ ist. μ_0, μ_1 und μ_2 sind demnach unter allen Umständen positiv; Werte mit höheren Indizes jedoch erst, wenn $\mu > n$ bzw. $\mu > (n - 1)$ ist. Da die hier in Betracht fallenden Koeffizienten bei μ_4 Halt machen, bewahren sie alle einen positiven Wert, solange das angeschlagene Gestein eine Querkontraktionszahl $\mu > 4$ zu eigen hat. Eventuell erscheinende Größen des zweiten Bildungsgesetzes können zu ihrer Beurteilung auf solche des ersten zurückgeführt werden.

Nach diesen Erörterungen zeigt sich ohne weiteres, daß $m = -\frac{\mu_2}{4\mu_1}$ stets negativen Vorzeichens sein wird und weiter, da auch s^* als echter Bruch zur Einführung kam, daß $(s + \mu - 1) \geq (1 - s^*)$, sonach un- mittelbar $0 \leq \frac{1 - s^*}{(s + \mu - 1)} \leq +1$, und $0 \leq \sigma_2 \leq \gamma/2 \leq \sigma_1 \leq \gamma$, also $\sigma_2 \leq \sigma_1$, oder $+1 \leq \sigma_1/\sigma_2 = \sigma \leq +\infty$ ist.

Damit läßt sich zeigen, daß der obige Ausdruck für σ_r der Über- einanderlagerung einer Druck- und einer Zugspannung entspricht, welch letztere gegen die Oberfläche zu überwiegt. In Wirklichkeit sollte sich der Schnittpunkt der beiden Spannungskurven in der Oberfläche selbst finden. Die bestehende Abweichung, herrührend von einer nur an- genäherten Erfüllung der Grenzbedingungen, macht sich um so ein- dringlicher bemerkbar, je geringer die vorhandene Überlagerungshöhe ist. Der unmittelbaren Brauchbarkeit der hier deduzierten Formeln muß daher durch einen praktischen Unendlichkeitswert eine untere Grenze gegeben werden. Das kann auf folgende Art geschehen (Abb. 22).

Die gegenüber der Wirklichkeit auftretenden Spannungsabwei- chungen werden innerhalb mäßiger und zulässiger Grenzen gehalten, sofern man der Abwärtsverlegung des besagten Schnittes keinen zu großen Spielraum gewährt. Das ist auf einfache Weise dadurch zu ermöglichen, daß die zulässige Schnittentfernung ΔH im Verhältnis zur gesamten Überlagerungshöhe H begrenzt wird. Beträgt das zu- lässige Maximum dieser Schnittverlegung $\Delta H = qH$, so resultiert

übertragen werden. Selbst die Zugabe eines inneren Überdruckes vermag an ihnen infolge des raschen Abklingens seiner Gegenwirkung nur wenig zu ändern. Größeren prozentualen Abweichungen kommt bis zu einem gewissen Grade immer noch prinzipielle Bedeutung zu.

Bestimmend auf das spätere Verhalten eines im festen Felsen vorgetriebenen Stollenbaues ist die Zugfestigkeit der ihn umlagernden Masse, so daß sich ihr in erster Linie das Interesse zuwenden wird. Der Gleichgewichtszustand des Gebirges nähert sich bekanntlich mit wachsender Entfernung von der Störungsstelle aus einem reinen Druckgleichgewicht. Die auf Zug kritisch beanspruchten Gesteinspartien müssen daher in die nächste Umgebung des Tunnels, das Maximum der Zugwirkung aller Voraussicht nach in dessen Berandung fallen.

Tastet man den Öffnungsumfang auf das Vorzeichen der ihm zugeordneten Tangentialspannungen ab, so wird ein mit φ sich vollziehender Wechsel erkennbar, nach welchem First und Sohle Zug-, die Stöße aber Druckspannungen unterworfen sind¹⁾. Mit $p=1$ und $\varphi=\pi/2$ läßt sich das Spannungsmaximum der Scheitelregion ausdrücken zu

$$\sigma_t = \sigma_2(2 - \sigma) \left[2H - \rho \left\{ 1 + \frac{1 + 2m(1 + \sigma)}{(2 - \sigma)} \right\} \right] \geq 0. \quad (66)$$

Zwei Fälle vermögen dieser Spannung positive Werte aufzuprägen, welche dadurch zustande kommen, daß die über σ_2 hinaus vorhandenen Faktoren gemeinsam das negative oder positive Vorzeichen annehmen. Eine ins einzelne gehende Überprüfung der verschiedenen Grenzfälle, die, dem Charakter der einzelnen Konstantenkombinationen entsprechend, bezeichnet werden können als

1. $s = 0, s^* = 0$ Tiefentunnel,
- 1a. $s = 1, s^* = 0$ Portale desselben,
2. $s = 0, s^* = 1$ Lehnentunnel oder Hangstollen,
- 2a. $s = 1, s^* = 1$ Portale desselben,

ergibt, daß ein Lehnentunnel immer und allorts Zugspannungen im Scheitel erhalten wird, wogegen ein Tunnel, der die Tiefen eines Massives berührt, solchen nur unterworfen bleibt, solange im Berginnern $\mu > 4$, in der Nähe seiner Ausgangspunkte $\mu > 3$ verbleibt.

Im Rahmen dieser Voraussetzungen erweist sich die Portalnähe gegenüber dem Innern, der Lehnentunnel gegenüber dem Tiefentunnel unter gleichen auflastenden Massen in der First als gefährlicher. Letzterer zeigt auch bei wachsender Überlagerung nicht diejenige Zunahme des Firstdruckes, die ihm allein aus der gesteigerten Auflast zugeschrieben werden müßte, da mit zunehmendem Druck eine Abminderung in μ einhergeht, die nach Unterschreitung des Zahlwertes 4 auch die Scheitel- und Sohlenregion in einen Druckzustand versetzt. Auf diese Weise wird

¹⁾ Vgl. Abb. 24.

das verschiedenartige Verhalten unausgekleideter Tunnelröhren verständlich, das sich einmal in typischen Firstlockerungen, ein anderes Mal in Verstauchungen und Ausknickungen der entsprechenden Umfangspartien äußert. Beide Erscheinungen, wenn sie sich auch anscheinend in ihren Ursachen widersprechen, verdanken ihre Entstehung grundsätzlich ein und derselben vertikal gerichteten Schwerkraft.

Nach diesen Feststellungen bleiben das Ausmaß und die Form der gezogenen Scheitelzone von wesentlicher Bedeutung. Ordnet man den Ausdruck der Tangentialspannung für die Scheitelvertikale nach wachsenden Potenzen von p

$$\sigma_t = \sigma_2 [-(\sigma - 1)(H - r) - p \{ H\sigma + mr(\sigma + 1) \} + p^2 \{ 3H - mr(\sigma + 1) \} - 2rp^3], \quad (67)$$

dividiert durch H und setzt den Ausdruck identisch gleich Null, so fixiert die neue Gleichung den oberen Grenzpunkt des Zugkörpers. Es zeigt sich nun, daß das Verhältnis r/H zur Ermittlung der Höhe des Zugkörpers nur von untergeordneter Bedeutung bleibt, besonders da die Brauchbarkeit der Ableitung bereits eine Überlagerung von $H = 10 \rho$ erforderlich macht. Durch Vernachlässigung von r/H führt die oben genannte Identität zu einer quadratischen Gleichung von p , woraus für dieses und die gesuchte Höhe h

$$p = \frac{\sigma}{6} + \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma - 1) + \left(\frac{\sigma}{6}\right)^2}; \quad h = (r - \rho) = \rho \left\{ \frac{1}{\sqrt{p}} - 1 \right\} \quad (68)$$

resultieren. Eine genauere Bestimmung, unter Beachtung eines festen Verhältnisses H/ρ , erledigt sich durch dessen Einführung in den obigen Ausdruck von σ_t und nachfolgende Division mit r ; daraufhin gilt es, als einzige verbleibende Unbekannte die Proportion ρ/r aus einer Gleichung sechsten Grades zu ermitteln.

Auf ähnliche Weise läßt sich die Überschneidung der Nullzone tangentialer Spannungen mit der Peripherie des Tunnelhohlraumes suchen. Nach Umsetzung sämtlicher trigonometrischer Terme auf den Sinus des einfachen Winkels wird das entstandene Aggregat von σ_t nach Potenzen der Sinusfunktion geordnet und identisch gleich Null gesetzt. Auf diese Weise folgt

$$2(\sigma + 2) - \rho/H \{ (\sigma + 1)(1 - 2m) + 4 \} \cdot \sin \varphi - 8 \cdot \sin^2 \varphi + 8(\rho/H) \cdot \sin^3 \varphi \equiv 0 \quad (69)$$

oder, wenn ρ/H wieder zu vernachlässigen wäre,

$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{\sigma + 2}{4}}. \quad (69a)$$

Mit diesen Daten ist der Zugkörper in der First zur Hauptsache festgelegt. Der Spannung σ_r wurde hierbei, im Gegensatz zu dem Vor-

gehen von Ritter²³, keine weitere Aufmerksamkeit geschenkt; ihr positives Gebiet ist für gewöhnlich kleineren Umfanges, ihre negativen Werte wirken auf die Zerstörungstendenz der tangentialen Zugkräfte jedoch nur begünstigend. Wie sich die Abhängigkeit des von Zugspannungen betroffenen Gebietes von μ , den beiden Ortskonstanten s und s^* sowie der Überlagerung H gestaltet, geht deutlich aus der nachstehenden Abb. 23 hervor, in welcher auch die Umriss des gezogenen Firstkörpers eingezeichnet sind.

Bemerkenswert ist, daß das Überlagerungsverhältnis bis zu mächtigen Überlastungen ($q/H = 0$) an sich nur ganz unwesentliche Unter-

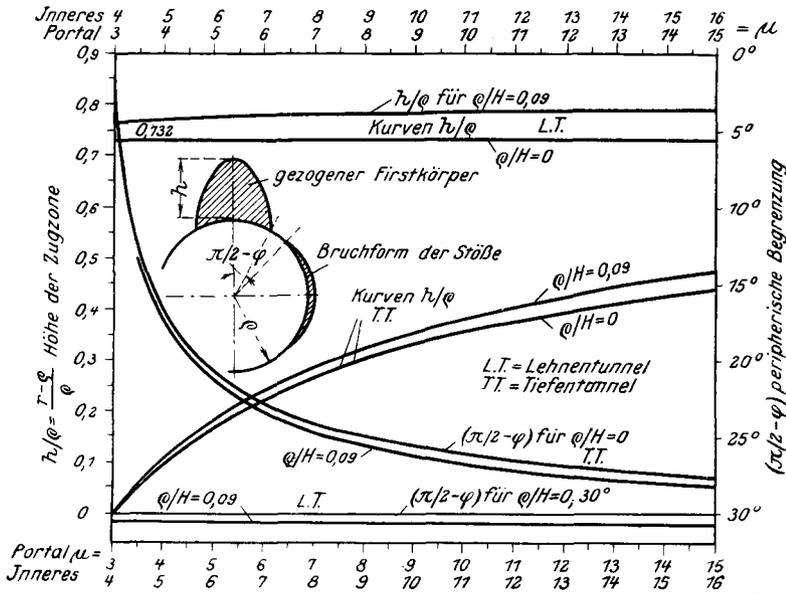


Abb. 23. Form und Ausmaß des gezogenen Firstkörpers bei wechselnder Querkontraktionsziffer μ und Überlagerung H .

schiede zu erzwingen vermag; es bringt seinen Einfluß mehr indirekt durch den Wechsel der Konstanten μ zum Ausdruck, auf den an späterer Stelle ausführlicher eingetreten werden soll. Die Querkontraktionszahl, die Dehnungsmöglichkeiten und Kohäsionsverschiedenheiten wirken auf das Ausmaß der Zugzonen bestimmend.

Der Lehnentunnel neigt, fast ungeachtet des elastischen Verhaltens des mit ihm erschlossenen Gesteines, auf seiner ganzen Länge etwa mit gleicher Intensität zur Firstlockerung; er verdankt deren Umfang beinahe ausschließlich den vorherrschenden Kohäsionseigenschaften. Nicht so der Tiefentunnel. Hier liegt für die Lockerung eine ausgesprochene Bevorzugung geringerer bis mittlerer Tiefenlagen vor, da solche allgemein die höheren Werte der Querkontraktionszahl aufzuweisen haben.

Auch bei ihm wird natürlich die örtliche Kohäsion eine Auflösung der Zugzone begünstigen oder verhindern, was dazu angetan ist, die eben besprochene Gesetzmäßigkeit zu verwischen.

Die unter Abschnitt 3 erwähnte Tatsache der gegenseitigen Gebundenheit zwischen H und μ derart, daß ein Anwachsen der einen Größe eine Verminderung der zweiten im Gefolge hat, kommt in der Scheitelspannung dadurch zum Ausdruck, daß diese eine nach örtlichen Verhältnissen wechselnde, bevorzugte Region bestimmt, in welcher ihr maximale Werte zukommen. Oberhalb derselben behält der Einfluß von H , unterhalb aber derjenige von μ , beide mit einer Wertverminderung, die Oberhand; erstere eine Ermäßigung der positiven Spannungen, letztere eine sukzessive Verdrängung derselben nach sich ziehend. Für $\mu = 4$ — denn nur das Tunnelinnere kann hier in Betracht kommen — verschwinden die zugbelasteten Zonen. Von dieser Tiefe ab verfällt die Umgebung des Hohlraumes in ein den auflastenden Gesteinsmassen entsprechendes mehr oder weniger gleichförmiges Druckgleichgewicht.

Beachtet man die Maßstäbe, auf deren Grundlage die der Zugzone charakteristischen Kurven in Abb. 23 aufgezeichnet sind, so gewahrt man, daß die mit positiven Spannungen belegte Deckenpartie eigentlich kleineren Umfanges ist. Ihre Form entspricht ungefähr der Parabel, die sich durch Scheitel- und Treffpunkt der Grenzlinie mit der Tunnelleibung bestimmen läßt, bleibt aber allorts etwas außerhalb derselben. Wie sollen nun diese kleinen Kubaturen nach ihrem Zerfall Firstdrücke von oft recht ansehnlicher Größe ergeben? Diese Frage kann nur dahin beantwortet werden, daß das einmal begonnene Zerstörungswerk offenbar Gelegenheit haben wird, nach und nach weiter auszuholen.

Der lokale Verkittungsgrad von Konglomeraten und die Kohäsionswerte massiver Gesteine, durch Ablösungsfugen, Klüftungen, Risse usw. oft stark herabgesetzt, gestatten vielerorts eine partielle oder totale Lockerung der kritischen Firstpartie. Mangelnde oder mangelhafte Unterstützung, die durch kleinere Hohlräume hinter dem Einbau und dessen Nachgiebigkeit verursacht wird, läßt sozusagen immer eine in radialer Richtung gehende zurückhaltende Druckübertragung dahinfallen. Für das Gleichgewicht aber kommt die Ausscheidung dieser Gesteinspartie mehr oder minder einer Halbmesservergrößerung gleich. Die damit zusammenhängende neue Kräfteverteilung mit neu erweckter Zugzone wird Hand dazu bieten, daß dieses Spiel mit fast unverninderter Stärke von vorne beginnen kann.

Anfänglich mag die Höhe des Zugkörpers etwa der hier deduzierten Größe entsprechen. Mit der Zeit aber wird das Verhältnis $\frac{r - \varrho}{\varrho}$ infolge der fortschreitenden Abweichung des tatsächlichen Hohlraumes von der Kreisform kleiner und kleiner werden, um zuletzt auf Null zu sinken.

Die bisherigen Entwicklungen lassen hierüber keine genauere Aussage zu. Doch liegt die Vermutung nahe, daß unter wenig günstigen Verhältnissen (rolliges Material) ein Hochgreifen der Firstlockerung bis zu Entfernungen möglich sein wird, in welchen die zu Anfang vorhandenen Störungen nur mehr geringfügiger Natur waren. Sie kommen nach früheren Feststellungen einer auf etwa zehn bis zwanzig Tunnelhalbmesser zu beziffernden Überlagerungshöhe gleich. Bis hierher wird ein wenig kohärentes Material offenbar Gefahr zu Tagebrüchen bieten, in größerer Tiefe aber den Firstdruck in engeren Grenzen zu halten vermögen, sofern ihm zeitig genug die nötige Stützung gegeben wird. Stillstand tritt bei ihm erst dann ein, wenn ein Druckgleichgewicht gesichert oder die Bewegung aus irgendwelchen anderen Ursachen an ihrem Fortschreiten verhindert wird.

Eine Extrapolation dieser Formeln über das etwa als zulässig bezeichnete Verhältnis ρ/H hinaus zeigt dagegen ein ungemein rasches Anwachsen der gezerzten Deckenpartie. Es kann dies grundsätzlich dahin gedeutet werden, daß bei mangelnder Zugfestigkeit in geringerer Tiefe als $H = 10 \rho$ die Gefahr von Firstlockerungen und Einstürzen ganz erheblich zunimmt.

Mit Rücksicht darauf, daß das Gestein gegenüber Zugkräften mit Trennungsbruch reagiert¹⁾, als sprödes Material demnach plötzlich und fast unabhängig von den nach anderen Richtungen wirkenden Spannungen zu Bruch geht, und in Anbetracht der in größeren Gesteinsmassen sich stets vorfindenden Trennungs- und Ablösungsfugen erscheint es als Gebot der Sicherheit, in zweifelhaften Fällen dem Gestein die Aufnahme von Zugkräften nicht zuzumuten. Um größere Druckbelastungen von provisorischen und definitiven Einbauten fernzuhalten, muß eine beginnende Lockerung des Felsgefüges mit allen Mitteln hintangehalten werden, was bis heute allerdings nur in beschränktem Maße möglich ist. Wie sich die in der Natur vorfindenden Gesteinsarten, für die einleitend eine ausführlichere Einteilung getroffen wurde, im speziellen gegenüber den Zerstörungsangriffen provoizierter Gleichgewichtsänderungen verhalten werden, dürfte nach vorstehendem in allen Teilen klar sein.

Die Sohle weist mit geringfügigen Unterschieden dieselben Verhältnisse auf wie die First. Die Zerstörungerscheinungen, als Lockerungen oder Stauchungen, werden in ähnlicher Richtung verlaufen, wie dies oben geschildert wurde. Doch bilden diese Bruchzonen, Zugkräften unterstellt, für den Einbau eine geringere Gefahr und kommen aller Wahrscheinlichkeit nach auch früher zur Ruhe, als wie dies für die Scheitelregion möglich ist.

1) L. 62, L. 63.

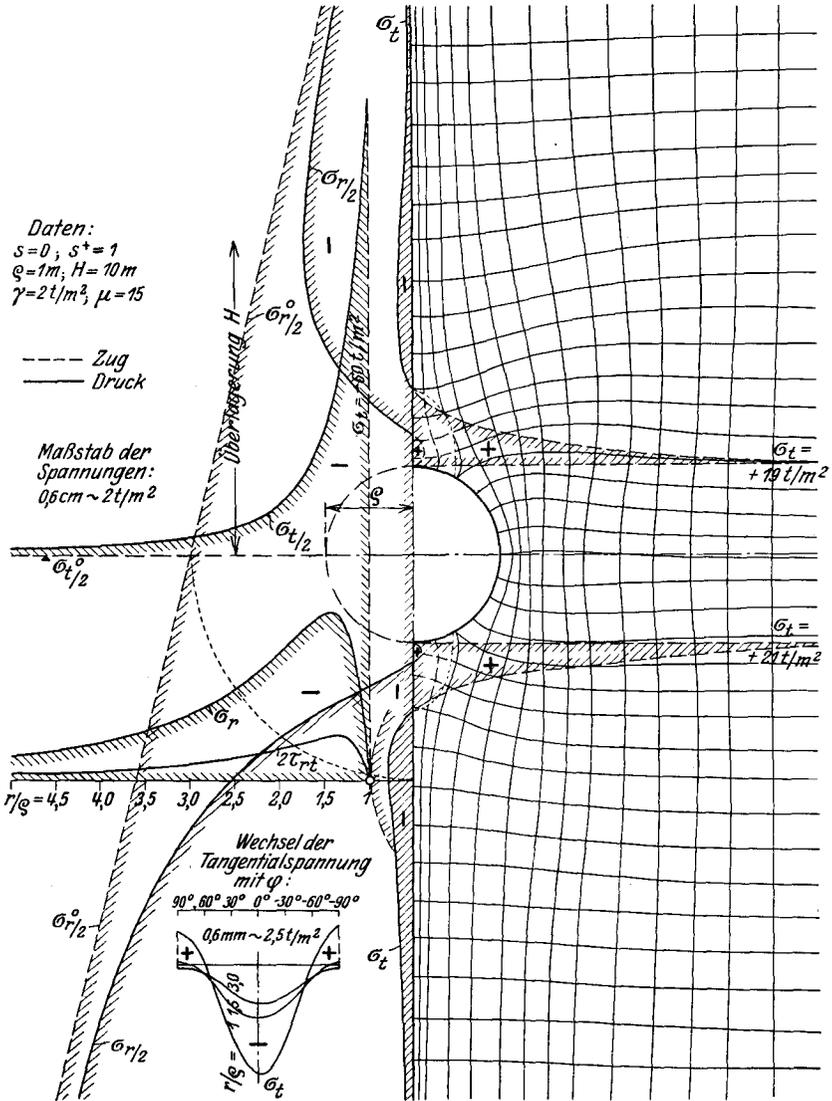


Abb. 24. Spannungen und Hauptspannungslinien einer ungewölbten Tunnelbaute.

Durchaus anderen Charakters sind die in den seitlichen Teilen des Stollenumfanges statisch notwendigen Spannungsänderungen und ihre Folgeerscheinungen. Einen ersten Einblick gewährt hier die periphere Ulmenspannung für $p=1$ und $\varphi=0^\circ$

$$\sigma_t = -\gamma \cdot H \cdot \left\{ 3 - \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \right\}. \quad (70)$$

Bekanntlich ist der ihr beigeordnete in der Klammer befindliche Bruch echt und positiv; somit bewegt sich die Spannung selbst zwischen dem doppelten und dreifachen ihres Wertes bei ungestörten Belastungsverhältnissen. Es ist auch ohne weiteres deutlich, daß hier wieder die unbeschränktere Dehnungsfreiheit des Lehnentunnels ($s^* = 1$) zu den ungünstigsten Werten führt. In Portalnähe halten sich allgemein die Überlagerungen in solchen Grenzen, daß trotz des großen Spannungszuwachses die an sich hohen Druckfestigkeiten der Gesteine nicht erreicht werden. Um die in der vorliegenden Lösung enthaltenen Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, reicht es hin, allein auf die im Innern ($s = 0$) herrschenden Verhältnisse einzutreten.

Zunächst erweist sich die Ulmenspannung stetsfort als eine Druckbeanspruchung. Auf eine solche reagiert das Gestein mit Gleitungsbruch¹⁾ und der Wert seiner Festigkeit bleibt zum mindesten von der maximalen und minimalen Hauptspannung abhängig⁴⁷, was in der Folge zu berücksichtigen sein wird.

Ein Druckkörper analog dem oben begrenzten Zugkörper in der First kann an den Stößen nur bei lokalen Festigkeitsüberschreitungen in Frage kommen, da sich, außer den eben erwähnten Zugbezirken, das gesamte übrige Gebirge unter Druck befindet; hier fällt also die quantitative Seite, die Spannungskonzentration, mehr ins Gewicht. Die Ulmenspannung erweist sich als direkt proportional mit der vorhandenen Überlagerung, vollkommen unabhängig aber vom Radius des ausgebrochenen Hohlraumes. Ohne Vorzug müssen daher sowohl Stollen als Tunnelbauten an den Ulmen den gleichen Zerstörungserscheinungen ausgesetzt sein. Von ihnen kann man sich auf folgende Art ein Bild machen (Abb. 25):

In fest bestimmter Tiefe H_1 betrage das unter der Ruhebelastung $\sigma_t/\sigma_y = 1$ zuständige μ gleich μ_1 . Jeder Spannungszuwachs von σ_t hat eine Änderung von μ zur Folge, welche der Kurve $\mu = f(H)$ leicht zu entnehmen ist. Wird dies für verschiedene Tiefenlagen durchgeführt, so entsteht eine Kurvenschar, die in der Abbildung mit $H = \text{const.}$ bezeichnet ist.

Andererseits beträgt das statisch erforderliche Verhältnis $\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = \frac{3\mu - 4}{\mu - 1}$ bei ($s = 0, s^* = 0$) bzw. gleich 3 bei ($s = 0, s^* = 1$). Da es unabhängig von der Überlagerung der Durchörterungsstelle bleibt, ist es durch eine einzige Kurve bzw. eine Gerade darstellbar; ihre Überschneidungsstellen mit der Schaar $H = \text{const.}$ geben die stabile Gleichgewichtslage verschiedener Tiefe wieder.

Oder auch, angenommen, es sei in einer fest gewählten Tiefe H die der peripherischen Endspannung $(\sigma_t)_{r = \rho_i}$ zukommende Quer-

¹⁾ L. 62, L. 63.

kontraktionszahl μ bekannt; dann ergibt sich diese Spannung einmal als Einzelordinate der Beziehung $(\sigma_t)_{r=e_i} = \varphi(\mu_i)$ — natürlich nur als Annäherung für die Verfolgung punktueller Verhältnisse —

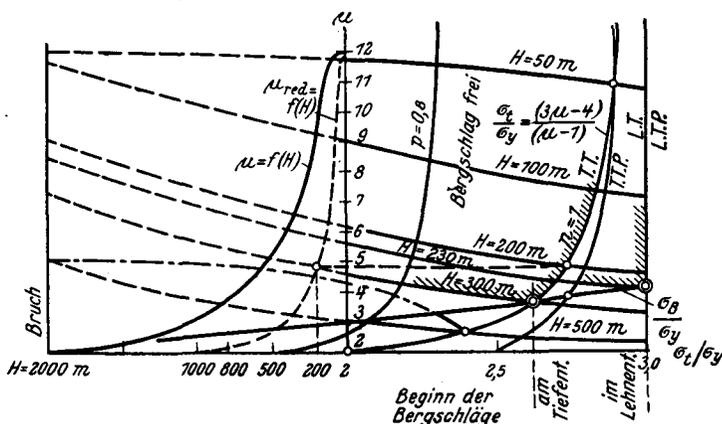


Abb. 25. Spannungsverhältnisse an den Ulmen einer ungewölbten Tunnelbaute.

und ein zweites Mal, in Erfüllung des Gleichgewichtes zu $(\sigma_t)_{r=e_i} = \frac{3\mu_i - 4}{\mu_i - 1} \sigma_y$, deren Gleichsetzung die μ_i statisch zugehörige Tiefenlage direkt zu berechnen erlaubt:

$$\sigma_y = -\gamma \cdot H = \varphi(\mu_i) \cdot \frac{\mu_i - 1}{3\mu_i - 4}. \quad (71)$$

Beispielsweise ist die auf solche Weise reduzierte Kurve $\mu_{red} = f(H)$ für den Tiefentunnel in Abb. 25 gestrichelt eingetragen. Sie gestattet, für eine beliebige Überlagerung H das im Gleichgewichtszustand den Stößen zuzulegende μ direkt abzulesen und damit $(\sigma_t)_{r=e_i}$ zu berechnen.

Instruktiver bleibt aber die zuerst genannte Darstellung. Ergänzt man sie durch Eintragung der Festigkeitskurve $\frac{\sigma_{Bruch}}{\sigma_y}$, so ist ihr ohne Schwierigkeit zu entnehmen, in welcher Tiefenzone das Zerstörungswerk an den Ulmen beginnt.

In diesem Zusammenhang ist noch auf einen besonderen Punkt aufmerksam zu machen. Bereits bei Besprechung der Elastizitätskonstanten wurde hervorgehoben, daß die Gesteine gewissermaßen eine elastische Trägheit besitzen, welche sich in den Unterschieden der jungfräulichen und der Kurve der unendlich langsamen Dehnungen äußert. Wie bei diesen Druckversuchen wird auch bei dem gewaltsamen Eingriff des Stollenbaues das Überraschungsmoment einen ähnlichen Einfluß zeitigen, indem die Anpassung der Ulmenspannung anfänglich unter Aufrechterhaltung des im ungestörten Zustande geltenden Wertes und erst nach

und nach mit abfallender Größe von μ erfolgt. Die Einstellung der Spannungswerte hält sich dann nicht mehr an die Kurve $H = \text{const}$, sondern vollzieht sich etwa nach der in Abb. 25 strichpunktiert eingetragenen Linie. Eine allfällige Überkreuzung der Bruchkurve (Bergschläge in kompakten Gesteinsarten; siehe unten) kann dadurch eine merkliche Verzögerung erleiden.

Es ist auch der elastischen Trägheit des Gebirges zuzuschreiben, wenn bei dieser Spannungseinstellung der stabile Ruhepunkt nicht direkt erreicht wird. Infolge der gegenseitigen Abhängigkeit von σ_t und μ wird bei Erschließung des Gebirges plötzlich eine Spannungsüberschreitung stattfinden ($\mu = \text{const}$). Ihr folgt nach und nach ein übermäßiger Abfall in μ ($\sigma_t = \sim \text{const}$), der für sich wieder eine namhafte Unterspannung zeitigt ($\mu = \sim \text{const}$). μ steigt daraufhin wieder an und erzeugt von neuem eine Überspannung, die das eben angedeutete Spiel mit abnehmenden Ausschlägen neu beginnen läßt. Der Stabilitätspunkt wird also erst im Laufe der Zeit über periodische oder aperiodische Schwingungen erreicht; das hat einen analogen Wechsel in der Heftigkeit der Brucherscheinungen zur Folge.

Befindet sich ein Tunnelbau noch oberhalb, jedoch nahe der für Bergschläge kritischen Tiefe, dann kann dieses Auf- und Abwärtsschwingen der Spannungs- und Elastizitätswerte nur zeitweilig von Festigkeitsüberschreitungen begleitet sein. Hier dürfte demnach die Ursache der einmalig oder periodisch auftretenden Bergschläge zu suchen sein, die mit abnehmender Heftigkeit in Erscheinung treten und in der Stabilitätslage selbst für immer zur Ruhe kommen. Noch ist es denkbar, daß auch in eigentlichen Bergschlaggebieten schwächere Zerstörungstendenzen, nach Erweiterung der Ulmen und der dadurch bewirkten örtlichen Entlastung, binnen kürzerer Zeiträume zum Stillstand kommen können.

Solange sich die Überbeanspruchung der Ulmen auf kleine Gebiete beschränkt, besteht keine zwingende Notwendigkeit dafür, daß auch schon sichtbare Zerstörungen mit ihr einhergehen. Anders, wenn sie sich bereits über größere Umfangspartien erstreckt. Diese werden unter Anpassung an die hohe Spannungskonzentration in kompakten Felsarten Platten von sichelförmigem Querschnitt zum Abwurf bringen (Abb. 23). Da hierbei das im Gestein aufgespeicherte latente Arbeitsvermögen freigegeben wird, erfolgen diese Ablösungen plötzlich und vollkommen, vielfach mit großer Heftigkeit und lautem Knall, weshalb ihnen auch der Name Bergschläge beigelegt wurde. Heim hat diese als Erster mit dem Abspringen von Schalen an den Seiten eines einseitig gedrückten Gesteinswürfels verglichen und sie als eine analoge Erscheinung gedeutet⁸. Die Einbeziehung des geologischen Aufbaues der durchfahrenen Strecke, welcher stellenweise zusätzliche und nicht unbeträchtliche Pressungen,

anderweitig Druckverminderungen in sich schließt, läßt erkennen, daß schon in geringeren oder auch erst größeren Tiefen, als wie sie normalerweise zu erwarten wären, Zerstörungen dieser Art einsetzen können. Darüber hinaus schiebt die elastische Trägheit des Materials den Zeitpunkt ihres Eintrittes mehr oder weniger auf.

Vielfach wird der Meinung Ausdruck gegeben, daß diese seitlichen Ablösungen beim Bruchversuch eines Gesteinswürfels in der Festigkeitsmaschine von Zugspannungen normal zur Druckrichtung herrühren. Man ist allerdings noch weit davon entfernt, die den Bruch bedingenden Umstände mit Sicherheit beurteilen zu können, aber die hierüber vorliegenden Untersuchungen gestatten immerhin, einige prinzipielle Bemerkungen anzubringen.

Die jüngste Hypothese, die dieses Problem mit Vorsicht zu fassen sucht, stammt bekanntlich von Mohr⁴⁷. Sie führt den Bruch eines spröden oder elastischen Materials auf einen Größtwert der Schubspannung zurück, welcher von der auf dasselbe Element wirkenden Normalspannung abhängig ist. Obwohl auch sie keinen Anspruch auf allgemeine Gültigkeit erheben kann, ist sie doch im Gebiete der Druckbeanspruchung durch die Versuche amerikanischer und deutscher Forscher schön bestätigt worden. Die Kármánschen Versuche unter allseitigem Druck⁶², speziell zu einer Nachprüfung dieser Hypothese unternommen, zeigten ebenfalls für Druck, wenn auch nicht für Zug, eine befriedigende Übereinstimmung. Sie bezieht sich unter anderem hauptsächlich auf die von Mohr geforderte Steigerung der Elastizitätsgrenze mit wachsenden Manteldrücken, durch welche auch die hier vorgeschlagene Behandlung von Gebirgsdruck- und verwandten Problemen an Zuverlässigkeit gewinnt¹).

Nun vermag der ideale Druckversuch, ohne Reibung an den Druckplatten, überhaupt keine Zugspannungen auszulösen. Die sich einstellende Querdehnung bleibt eine natürliche Folge der durch die auftretenden Schubspannungen veranlaßten Winkelverzerrungen. Die Bruchursache dürfte durch die Mohrsche Hypothese ziemlich der Wirklichkeit entsprechend gegeben sein.

Da Reibungskräfte an den Übertragungsstellen nie vollständig vermieden werden können, blieb dieser Idealversuch bisher praktisch undurchführbar. Es wurde daher von mehreren Seiten versucht²), durch Einführung verschiedenster Voraussetzungen die bei Laboratoriumsversuchen auftretenden Spannungsverhältnisse klarzulegen. Der Wirklichkeit am nächsten dürfte hierin Hager kommen⁵¹, der sich auf die Einführung eines ebenen Verhaltens der Druckflächen beschränkt. Die berechneten Verformungen zeigen eine gute, prinzipielle

¹) Vgl. auch Abschnitt 3, § 5 b.

²) Filon, Phil. Trans. Roy. Soc. 1902, L. 50, 51.

Übereinstimmung mit der Erfahrung. Für ein quadratisches Prisma, dessen Höhe gleich dem Zehnfachen seiner Quadratseite ist, findet Hager, daß die Querkzugspannungen ein Maximum in der Achse des Versuchskörpers im Betrage von ca. 60% der Längsspannungen erreichen, während die Schubspannungen an den Außenflächen bis zu 53% derselben aufweisen.

Setzt man die Festigkeit gegen Zug gleich $\frac{1}{26}$, diejenige auf Schub gleich $\frac{1}{13}$ der Druckfestigkeit¹⁾, so ergibt dies auf Zug eine Überschreitung der Bruchgrenze um 56%, auf Schub hingegen eine solche von 590%. Diese Zahlen beweisen wohl deutlich genug, daß die oberflächlichen Abblätterungen auf die an dieser Stelle maximalen Schubspannungen zurückzuführen sind, wenn auch ein axial auftretender Riß, oder in manchen Fällen ein mehrfaches paralleles Aufspalten, durch die Zugbeanspruchung bedingt werden. Gegen die seitlichen Zugspannungen als Bruchursache sprechen des weiteren auch die an anderer Stelle erwähnten Versuche von Leon und Willheim³¹. — Die Bergschläge entstehen in einer an Komplikationen überreichen Umgebung, so daß deren Ursache sehr wohl auf einer kombinierten Wirkung von Schub und Zug beruhen mag, worin dieser letztere jedoch stets als Nebenumstand zu werten bleibt.

Zur Beurteilung des diese Absprengungen veranlassenden latenten Arbeitsvermögens werde im Innern des Gebirges ein Elementarwürfel mit den Kantenlängen dx , dy und dz betrachtet. Die Deformationsverhältnisse im ungestörten Gebirge ($s = 0$, $s^* = 0$) sind charakterisiert durch die Dehnungen $\varepsilon_x^0 = \varepsilon_z^0 = 0$, womit

$$\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \frac{\sigma_y^0}{\mu - 1} \quad \text{und} \quad \varepsilon_y^0 = \sigma_y^0 \cdot \frac{(\mu + 1)(\mu - 2)}{\mu E} \cdot \frac{1}{(\mu - 1)},$$

daher

$$dA^0 = \frac{1}{2} \sigma_y^0 \varepsilon_y^0 dV = \frac{1}{2} \sigma_y^{02} \cdot \frac{\mu + 1}{\mu E} \cdot \frac{(\mu - 2)}{(\mu - 1)} \cdot dV \quad (72)$$

und

$$\varepsilon_v^0 = \sigma_y^0 \cdot \frac{(\mu + 1)(\mu - 2)}{\mu E} \cdot \frac{1}{\mu - 1} \quad \text{mit} \quad \sigma_y^0 = -\gamma H \quad \text{werden;}$$

im gestörten Gebirge an den Ulmen durch $\sigma_x = 0$; $\varepsilon_z = 0$, womit

$$\sigma_z = \frac{\sigma_y}{\mu} \quad \text{und} \quad \varepsilon_y = \sigma_y \cdot \frac{(\mu + 1)(\mu - 1)}{\mu^2 E},$$

daher

$$dA = \frac{1}{2} \sigma_y \varepsilon_y dV = \frac{1}{2} \sigma_y^2 \cdot \frac{\mu + 1}{\mu E} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot dV \quad (72a)$$

und

$$\varepsilon_v = \sigma_y \cdot \frac{(\mu + 1)(\mu - 2)}{\mu E} \cdot \frac{1}{\mu} \quad \text{mit} \quad \sigma_y = -\gamma H \cdot \frac{(3\mu - 4)}{(\mu - 1)} \quad \text{werden.}$$

¹⁾ Hütte, Bd. I.

Mit Beachtung der für σ_y^0 und σ_y angegebenen Werte ergibt sich, daß das Arbeitsvermögen sowie die Volumenkompression an den Ulmen mit einer Störung und deren Spannungszuwachs eine Vergrößerung erfahren. Hält man dagegen willkürlich an der ursprünglichen Spannung σ_y^0 fest, so findet gleichwohl eine Vermehrung des Arbeitsvermögens statt, diesmal allerdings auf Kosten der Volumenkompression. Daraus geht hervor, daß die Zunahme des ursprünglichen Arbeitsvermögens durch eine Störung der Auswirkung zweier Einflüsse, der Spannungskonzentration an den Ulmen und der durch die Höhlung geschaffenen größeren Dehnungsfreiheit zuzuschreiben ist.

Nur wenn das Gestein völlig aus seinem Zwange erlöst wird, ist es imstande, sein gesamtes latentes Arbeitsvermögen freizugeben. Dieses wird daher in standfesten Felsarten zum größten Teil latent bleiben und sich erst bei Erreichung der Bruchfestigkeit in Bergschlägen verzehren. Im latent plastischen Gebirge wird es so lange nach Freigabe drängen, bis der störende Hohlraum geschlossen und durch Material verdrängt sein wird, das die Fähigkeit besitzt, am Neuaufbau des Gleichgewichtes teilzunehmen. Da es hierzu nicht erforderlich ist, daß die Dehnung in der Horizontalen wie früher den Wert Null erreiche, obwohl in der σ_z -Richtung sich wahrscheinlich letzten Endes die Verhältnisse ungefähr gleich bleiben, wird sich vom Störungszentrum weg ($\sigma_x = \sim 0$) in einem gewissen Umkreis ein neuer Gleichgewichtszustand herausbilden,

der allmählich wieder in den ursprünglichen ($\sigma_x = \frac{\sigma_y}{\mu - 1}$) übergeht. Charakteristisch für die neue Gleichgewichtslage ist einzig das Verhalten der Spannung σ_x .

Es ist nun leicht möglich, eine approximative Schätzung für die Ausdehnung des in Mitleidenschaft gezogenen Gebietes vorzunehmen. Wird hierzu vorausgesetzt, die Volumenkompression sei für alle vom Zentrum ausgehenden Strahlen gleichwertig und verringere sich von ρ bis R nach der Form einer kubischen Parabel

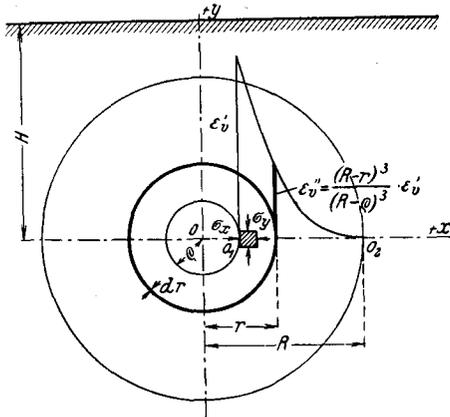


Abb. 26. Zur Abschätzung der Lockerungszone in sehr großen Tiefen.

(Abb. 26), dann folgt bei konstantem σ_y^0 als Lockerungsordinate:

$$\epsilon_v' = -(\epsilon_v^0 - \epsilon_v) = -\sigma_y^0 \cdot \frac{(\mu + 1)(\mu - 2)}{\mu^2(\mu - 1)E}.$$

Damit erleidet der Zylinder von der Länge $z = 1$ und der Wandstärke dr die Volumenzunahme $\Delta dV = 2\pi r \cdot dr \cdot \varepsilon_v''$. Für die Fläche über dem Radius R ergibt sich somit eine Totalvergrößerung des Volumens

$$\text{von} \quad \Delta V = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_v'}{(R - \varrho)^3} \int_0^R (R - r)^3 \cdot r \cdot dr = \sim \frac{\pi \varepsilon_v' R^2}{10},$$

wenn ϱ gegenüber R vernachlässigt wird. Der statische Ausgleich erfordert zum mindesten den Schluß des Hohlraumes. Es muß also $\Delta V = \varrho^2 \pi$ und somit genau genug

$$R = \sim \pi \varrho \cdot \sqrt{\frac{\mu^2 (\mu - 1) E}{\gamma (\mu + 1) (\mu - 2) H}}$$

sein.

Beispielsweise resultiert mit $E = 200\,000 \text{ kg/cm}^2$, $\mu = 3$, $\gamma = 2,7 \text{ t/m}^3$, $H = 1800 \text{ m}$; $\varrho = 3,5 \text{ m}$, ein Wert für R von $R = \sim 470 \text{ m}$, was etwa den Verhältnissen eines zweigleisigen Simplontunnels entsprechen würde. Wenn auch nur als rohe Annäherung zeigt diese Zahl immerhin, daß sich in größeren Tiefen die durch Hohlräume verursachten Störungen im Laufe der Zeit bis auf Hunderte von Metern in das Gebirge hinein auswirken können.

Es soll in der Folge noch festgestellt werden, welcher Form die von den Stößen abgeworfenen Trennungskörper sind. Nach der Mohrschen Hypothese ist die Druckfestigkeit bekanntlich eine von der minimalen und maximalen Hauptspannung abhängige Variable, oder anders ausgedrückt: es existiert eine für jede Substanz individuelle Gleichung $f(\tau, \sigma) = 0$, welche für den Moment ihres Zerfalls charakteristisch ist und als Grenzkurve bezeichnet wird. Offenbar hat die Mohrsche Hypothese die ihr gebührende Beachtung bis heute nicht gefunden, da außer den genannten Versuchen von Kármán bisher nichts weiter unternommen worden ist, diese Grenzkurven im einzelnen festzulegen.

Auf Grund der Versuchsreihen von Kármán, Considère u. a. hat neuerdings Maillart¹⁰⁰ für Beton, Marmor und Sandstein eine mathematische Beziehung zwischen σ und τ aufzustellen versucht und sein Ergebnis in die Formel

$$\sigma_{\max} = \sqrt{a \cdot \sigma_{\min} \cdot (k + 1)^2 + k^2} \quad (73)$$

zusammengefaßt: Beobachtungsgrenzen legen ihr als Beschränkungen

$k > 0,050 \text{ t/cm}^2$; $\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} > 0,05$ auf, und es ist selbstverständlich, daß

Extrapolationen über diese Werte hinaus gegebenenfalls mit äußerster Vorsicht behandelt werden müssen. a ist eine für das Gestein individuelle Konstante, welche für Beton und Marmor zu $a = 3 \text{ t/cm}^2$, für Sand-

stein zu $a = 6 \text{ t/cm}^2$ angegeben wird. k bedeutet die gewöhnliche Würfelfestigkeit.

Es gilt nun, das räumliche Spannungstripel von Fall zu Fall auf seine minimalen und maximalen Komponenten in Verbindung mit der auf den ersteren basierenden Bruchkurve zu untersuchen. Die graphische Darstellung (Abb. 27) erteilt darüber Aufschluß, wie sich die gegenseitige Lage der entsprechenden Kurven bei wechselnden Werten von μ gestaltet.

Nahe dem inkompressibeln Zustande schließt das Gebirge in seinen Gleichgewichtszustand nur geringe Unterschiede der Scheitel- oder Sohlenspannung einerseits und der Beanspruchung der Seitenstöße andererseits. Kommt es dabei, wie in der Abbildung angedeutet, zu einer Überschneidung der Kurvenzüge σ_i/σ_y und $\sigma_{\text{Bruch}}/\sigma_y$, so neigt die Gesteinshülle infolge der Festigkeitsüberschreitungen längs ihres ganzen inneren Umfanges zu Ablösungen in nahezu konzentrischen Ringen. Mit ansteigenden Werten von μ findet eine Abschnürung des Bruchgebietes in Kopf- und Fußpunkt des Stollens statt, und die dem Zerfall ausgesetzten seitlichen Partien nehmen sichelförmige Gestalt an, wie sie für Abb. 23 mit $\mu = 5$ berechnet wurde.

Die graphische Darstellung Abb. 27 begnügt sich mit der Eintragung einer einzigen Bruchkurve, die für $r/\rho = 1$ ein Verhältnis der

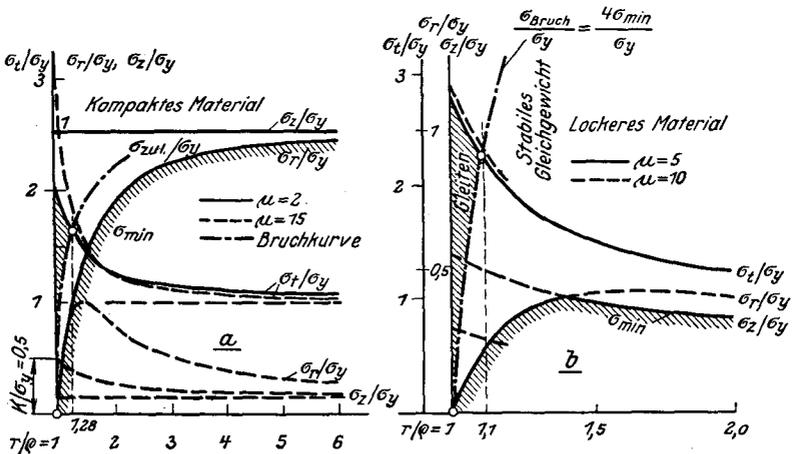


Abb. 27. Stabilitätsverhältnisse an den Ulmen, a) in kompaktem, b) in lockerem Material.

Bruchfestigkeit zur ursprünglichen Überlastung $k/\sigma_y = 0,5$ aufzuweisen hat. Dieser Quotient ist aber für die Spannungswerte bei $\mu = 2$ nicht ohne weiteres bekannt; er könnte ebensogut zu 1, $1/3$, $1/4$ usw. angesetzt werden, denn seine Größe läßt sich aus den bisher vorliegenden Versuchsergebnissen höchstens schätzungsweise beurteilen. Zur prin-

zipten Erfassung der an den Ulmen möglichen Zerstörungen ist er aber nicht ohne Bedeutung. Mit kleiner werdender Überlagerung, d. h. mit fallenden Werten von σ_y bzw. mit steigenden von μ wächst k/σ_y rasch an, um für $\mu = \mu_0$ oder $\sigma_y = 0$ in den Unendlichkeitswert überzugehen. Das kommt einer allmählichen Aufwärtsverschiebung des Ausgangspunktes dieser Bruchkurve gleich, so daß deren Überschneidung mit der σ_{\max} -Kurve der Tunnelperipherie immer näher rückt, um schließlich überhaupt zu verschwinden. Dementsprechend hat man sich also die σ_B/σ_y -Kurve der Spannungsgruppe $\mu = 15$ weit über der höchsten Belastungsspitze ansetzend zu denken.

Als praktische Schlußfolgerung dieser Ableitung kann gelten, daß kleinere Überlagerungsdrücke ausgesprochen seitliche, größere hingegen allseitige, auf Druckwirkungen zurückzuführende Absprengungen und Bewegungen zeitigen. Sie erlöschen unterhalb einer lokal bestimmten Belastungsgrenze ganz, um dagegen in größeren Tiefen an Lebhaftigkeit zu gewinnen. Ihre ursächlichen Spannungen, nicht oder kaum nennenswert beeinflußt vom Stollenradius q , können daher mit ihren Zerstörungen nach und nach Zone um Zone erfassen und auf diese Weise mit der Zeit ebenfalls größere Gebiete in Mitleidenschaft ziehen.

Natürlich blieb die Möglichkeit, dem Problem des ungewölbten Tunnelhohlraumes durch Laboratoriumsversuche näherzutreten, nicht unversucht. Leon und Willheim³¹ haben in diesem Sinne mit kleineren tunnelartig durchlochten Gesteinsplatten experimentiert. Infolge der verwendeten einachsigen Druckwirkung, die den natürlichen Verhältnissen nur sehr unvollkommen und unvollständig entspricht, bei den Versuchen ohne Schmierung durch die Reibung in den Übertragungsflächen der Wirklichkeit eher gerecht wird, kann die Übereinstimmung mit den Erfahrungstatsachen nur grundsätzlicher Natur sein. Das Resultat der Versuche ist das folgende:

Bei kreisrunden und quadratischen Lochungen trat ein erster Zugriß in der Decke, ein zweiter in der Sohle auf; bei tunnelartigen Lochungen gerade umgekehrt. Später zeigte sich eine rhomboedrische Streifung in der Umgebung der Ulmen, ähnlich den Fließfiguren bei Metallen, welche mit zunehmender Belastung deutlicher und umfangreicher wurde. Nach und nach erfolgte eine Zermalmung des Gesteines an den Stößen unter Herausbildung deutlicher Scherflächen. Bei Erreichung der Bruchfestigkeit daselbst blättern schuppenförmige Plättchen nach Art der Bergschläge ab.

Diese Versuche bestätigen deutlich die in der Scheitel- und Sohlenregion des Hohlraumes herrschenden Zugkräfte — welche infolge der relativ geringen Zugfestigkeit als erste sich Geltung verschaffen —, die Druckkonzentration an den Ulmen und den damit verbundenen

Zerfall des Gesteines, somit auch grundsätzlich die den vorangegangenen Betrachtungen zugrunde gelegte Kräfteverteilung.

Noch sei kurz auf das Verhalten der Ulmen eines Stollenbaues in kohäsionslosem Material eingetreten. Hier gilt das Gleichgewicht als gesichert, wenn bei ebenem Anschnitt des lockeren Erdkörpers das Minimalverhältnis¹⁾

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_t} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 1 + 2f^2 - 2f\sqrt{f^2 + 1} \quad (74)$$

erfüllt bleibt, in welchem $f = tg \varphi$ und φ den Reibungswinkel der Masse bedeutet. Wie Lorenz⁵² ausgeführt hat, sollte für diesen allgemein der Wert $\varphi = 36^\circ 50'$ oder $f = 3/4$ eingeführt werden können, womit das besagte Verhältnis zu $\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{1}{4}$ resultiert. Die Übertragung dieser

Bedingung auf geschlossene kreisförmige Stollenprofile ist natürlich nicht ganz einwandfrei, genügt jedoch für eine erste Annäherung. Betrachtungen an anderer Stelle (§ 5b) brachten die Vermutung auf, daß die Querkontraktion der inkohärenten Materie zunächst aufsteigend und daraufhin erst abfallend verlaufe. Auf dieser Grundlage wurde die figürliche Darstellung 27b durch Benutzung der Werte $\mu = 5$ bzw. $\mu = 10$ aufgezeichnet.

Durch den Fortfall der Eigenfestigkeit einer lockeren Masse — in der μ -Kurve etwa dem ansteigenden Aste entsprechend — setzt hier die Festigkeitskurve stets im Nullpunkte an. Das Material wird dadurch ziemlich allorts, wo es normalerweise erscheint, die Tendenz eines rasch um sich greifenden Zerfalles in sich tragen. Eine frühzeitige und sichere Stützung des Profiles, namentlich aber der Ulmen, wird einen solchen in engeren Grenzen zu halten vermögen. Der geringste Druck, den ein Gewölbe unter diesen Verhältnissen zu ertragen hat, setzt sich aus den obenerwähnten Werten von σ_{\min} — durch die Spannungskonzentration längs des Umfanges (σ_{\max}) genau bestimmt —, und im Scheitel der zusätzlichen Eigenlast des unerweiterten spannungslosen Körpers zusammen. Der abfallende Ast der μ -Kurve entspricht einer zunehmenden Verdichtung des Materials, und deutet darauf hin, daß eine mittlere Tiefe für die geringste Gefährlichkeit lockerer Massen kennzeichnend ist.

In allen vorstehenden Betrachtungen, die sich auf den Bruchzustand fester oder inkohärenter Körper beziehen, wurden die der Elastizitätslehre entspringenden Spannungsverteilungen unbedenklich herbeigezogen. Es erscheint dies durch die Tatsache gerechtfertigt, daß für die Mehrzahl der Probleme, welche auf die elastischen Eigenschaften der Felsarten abzustellen genötigt sind, die Gesteine als spröde Körper

¹⁾ Vgl. beispw. L. 42, V.

angesehen werden können. Solche haben in ihren Arbeitsdiagrammen, wenigstens Druckkräften gegenüber, kein den Fließgebieten zäher oder plastischer Körper entsprechendes Verhalten aufzuweisen, das in der Nähe der Bruchgrenze örtlich nennenswerte Entlastungen veranlassen könnte. Die Gesteine gehen aus ihrem mehr oder weniger elastischen Verhalten heraus direkt und plötzlich zu Bruch. Das trifft nach den Kármánschen Versuchskurven solange zu, als der Wert der Umschlingungsspannung σ_H von unbedeutender Größe bleibt, oder solange die Überlagerungshöhe einen bestimmten, von der Gesteinsart und den Spannungsverhältnissen in der Horizontalebene abhängigen Größenswert nicht überschreitet¹⁾. Dieser liegt wohl meistens schon außerhalb der bisher von Tunnelbauten berührten Tiefen.

Bis dahin sind die Abweichungen der Arbeitsdiagramme vom Hookeschen Gesetz, wie früher bemerkt, geringfügiger Natur. Sie haben entweder gar nicht oder dann nur anfänglich innerhalb kleiner Belastungsbezirke lokale Entlastungen zur Folge, um aber bei höheren Laststufen durch die jetzt ständig kleiner werdenden Dehnungen höhere Beanspruchungen zu fordern (Abb. 7). Es steht demnach fest, daß der auf Grund des Hookeschen Gesetzes geführte Spannungsnachweis bei größeren Belastungen — von eben noch zu besprechenden Spezialfällen abgesehen — eher etwas zu günstig ausfallen wird, soweit Druckspannungen in Frage kommen. Dagegen wachsen auf Seite der Zugspannungen die Dehnungen ausnahmslos rascher als die Spannungen (Abb. 7), also derart, daß diese Beanspruchungsart in der Nähe der Bruchgrenze einen gewissen Ausgleich mit sich bringen muß.

Wirkt die Umschlingung kräftiger, so werden Formänderungskurven zuständig, die völlig geänderte Verhältnisse nach sich ziehen (Abb. 28). Als deren unterste, den Tunnelbau interessierende Grenze kann das Gebiet des latent plastischen Zustandes angesehen werden. Ungestört, verharrt in jenen Tiefen das Gestein in einem dreiachsigen Spannungszustande²⁾

$$\sigma_y = -\gamma \cdot H; \quad \sigma_x = \sigma_z = \sigma_y - \text{const.}, \quad (75)$$

da die Inkompressibilität praktisch schon lange vorher erreicht war. Mit wachsenden Umschlingungsdrücken wechselt aber das Arbeitsdiagramm des Gesteines, indem es nach und nach den Charakter eines spröden, plastischen und schließlich zähen Materiales trägt⁶². Ein gewisser Punkt jedes dieser Diagramme (Abb. 15 und P in Abb. 28) verkörpert jeweils den Zustand einer unberührten Gesteinsschicht ganz bestimmter Tiefe, deren Dehnungsmöglichkeit in der Horizontalebene irgendwie gesetzmäßig festgelegt ist.

¹⁾ Vgl. Abb. 28 und L. 62.

²⁾ Vgl. (17), (51) und Abb. 14 b.

Wird nun diese Schicht an der Durchörterungsstelle ihres Gegendruckes plötzlich und vollkommen beraubt, so springt ihr Zustandspunkt, um den neuen Verhältnissen wieder gerecht zu werden, auf die Kurve $\sigma_H = 0$ über. Durch diese Abnahme in der Horizontalspannung und den örtlichen Störungszuwachs in σ_V erfolgt dieser Übergang unter gleichzeitigem kräftigem Anstieg der Ordinate ($\sigma_V - \sigma_H$); kurz gesagt, das Material geht in diesem Punkte (Zone 1 in Abb. 28) durch die

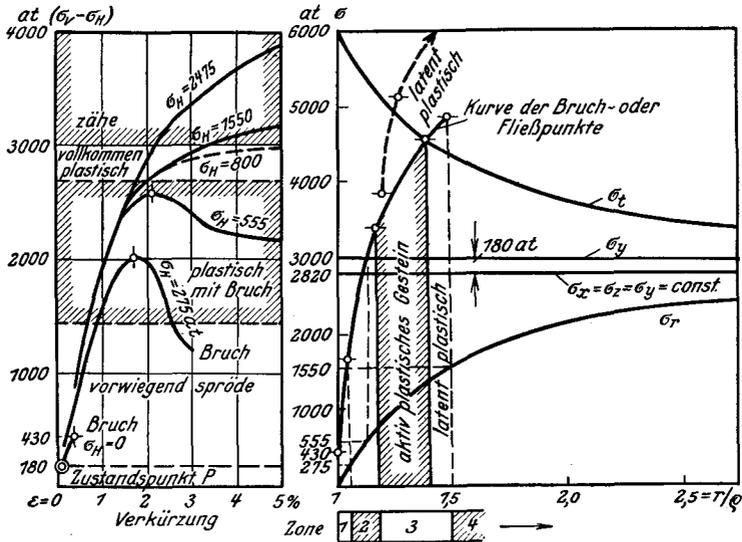


Abb. 28. Verhältnisse einer latent plastischen Gebirgszone im Augenblick der Durchörterung. Links: Versuchskurven eines Sandsteines, nach Kármán²².

1: Zone raschen Zerfalls. 2: Vordrängende Zone langsamen Zerfalls. 3: Plastische, nachrückende Zone ohne Zerfall. 4: Ruhendes Gebirge.

unerträgliche Druckwirkung zu Bruch. Mit wachsendem Abstand von der Tunnelperipherie wurde aber der Gegendruck σ_H immer weniger ermäßigt, obwohl er über ein Vielfaches des inneren Halbmessers einen Abfall erlitten hat. Dementsprechend werden auch die Veränderungen der Zustandspunkte mit zunehmender Entfernung vom Stollenzentrum aus unbedeutender, Verhältnisse, wie sie einer zweiten Zone, die vor Erreichung der Bruchgrenze schon erheblichen plastischen Verformungen ausgesetzt war, zufallen werden.

Eine, vielleicht auch mehrere benachbarte ringförmige Gesteinszonen (Zone 3) werden sich dadurch auszeichnen, daß für sie, durch den Abfall in σ_H , die vollplastischen Arbeitsdiagramme zuständig werden, ihr Zustandspunkt überdies eben in die Fließgrenze des Materials hineinrückt, oder anders ausgedrückt, daß ihr Gebiet langsam in Fluß gerät. Sämtliche diesen Zonen vorgelagerten Ringe ge-

raten an die Bruchgrenze eines vorplastischen oder spröden Zustandes und fallen dadurch langsam der Zerstörung anheim. Die hinterlagernde, aktiv plastische Masse drängt nach, teilt sich später in das Schicksal der ihr vorgelagerten Ringe, während weiter abstehende Gesteinsteile zu aktiver Plastizität vorrücken. Die ganze Umgebung des Hohlraumes gerät in Bewegung und vermag erst wieder zur Ruhe zu kommen, nachdem sich die künstliche Öffnung geschlossen oder die nachdrängenden plastischen Zonen anderweitig, beispielsweise durch ein Gewölbe, eine Stütze gefunden haben. Bei diesem Zerstörungswerk treten durch das ungleichartige Verhalten der Gesteinsringe unberechenbare Widerstände mit ins Spiel, so daß der Wirklichkeit mit den idealen Verhältnissen, welche mathematisch mit $E = 0$ und $\mu = 2$ zu fassen sind, nicht ganz entsprochen werden kann (vgl. auch unter b). Den herrschenden Abweichungen ist vielleicht am einfachsten durch Einführung eines kleinen endlichen Wertes von E gerecht zu werden.

In geringeren Tiefen, in welchen der Umschlingungsdruck nicht hinreichend ist, die Arbeitskurve vollkommener Plastizität in sich zu schließen, können gegendruckbefreite Punkte und ihre weitere Umgebung nur zu Bruch geführt werden, wie dies in Abb. 28 mit der gestrichelten Kurve der Bruch- und Fließpunkte angedeutet worden ist. Der Zerstörung wird bald Einhalt geboten, sobald der Gegendruck eines widerstandsfähigen Einbaues stabile Verhältnisse schaffen hilft. Bis zu deren Ausbildung wird auch unter günstigen Umständen infolge der Nachgiebigkeit provisorischer Einbauten und der Elastizität des bleibenden Gewölbes ein zerrissener Gesteinsring nicht zu umgehen sein. Dieser bildet alsdann ein druckübertragendes Polster und kann infolge seines Eigengewichtes bei eventueller Gefügelockerung eine zusätzliche Belastung ergeben. Das Gleichgewicht wird dann als gesichert gelten können, wenn die Peripherie der unbeschädigten Gesteins-hülle den kleinsten vor Bruch schützenden Umschlingungsdruck aufweist. Eingehende Untersuchungen nach Art der vorstehenden könnten zweifellos über die tatsächlichen Verhältnisse in mittleren bis großen Tiefen weitergehenden Aufschluß erteilen.

b) Tunnel mit Auskleidung.

Mit der Untersuchung einer ausgewölbten Tunnelröhre wird die Frage nach Größe und Wesen des Gebirgsdruckes erst eigentlich angeschnitten. Die Betrachtungen des vorhergehenden Abschnittes haben mit den Zerstörungserscheinungen, welche die nähere und weitere Umgebung eines Hohlraumes erfassen können, bekannt gemacht. Aus ihnen kann auch klar geworden sein, daß sich die Frage nach der Art

der Gewölbebelastung dahin beantworten läßt, daß eine solche entweder auf die Formänderungen des Gebirges selbst oder dann auf die Folgeerscheinungen des entsprechenden Spannungswechsels — das sind lokale Bruchgebiete — zurückzuführen ist.

In statischer Hinsicht verfolgt daher der Einbau eines Gewölbes einen doppelten Zweck. Einmal soll dasselbe die Verformungen, welche das elastische Gleichgewicht einer durchörterten Gebirgsmasse auferlegt, möglichst klein halten, damit die mit ihnen einhergehenden hohen lokalen Beanspruchungen innerhalb unschädlicher Grenzen verbleiben, zum mindesten aber Festigkeitsüberschreitungen auf einem Mindestmaß gehalten werden. Aus solchen Gesichtspunkten erstet der ideale, jedoch nicht immer minimale Mauerungsring, welcher die Deformationen der Gesteinshülle von Beginn an miterlebt. Je starrer sich dann diese Ausmauerung verhält, je rascher ihr Einbau erfolgen kann, desto geringfügiger muß der im Gebirge auf Vollzug wartende Spannungswechsel ausfallen.

In zweiter Linie liegt es dem Gewölbe ob — und das ist in der Praxis, abgesehen von seiner Schutzwirkung gegenüber den Atmosphärien, die eigentlich wirksame Funktion des Gewölbes —, in Fällen, wo es der eben genannten Aufgabe nicht oder nur unvollkommen gewachsen ist, die dem Zerfall ausgesetzten Gesteinspartien von dem neu erschlossenen Hohlraum fernzuhalten. Dazu soll es ihnen einen möglichst starren Rückhalt bieten, um einem Weitergreifen der Zerstörung nach Vermögen Einhalt zu tun und diese schließlich zum Stillstand zu bringen. Die erste Art des Gebirgsdruckes kann als primäre oder Deformationsbelastung, die zweite als sekundäre oder Zerfallsbelastung bezeichnet werden. Je mehr die eine dieser Belastungen in den Vordergrund tritt, desto mehr tritt die andere unter gleichen Verhältnissen zurück; doch nie schließt die Anwesenheit der einen den gleichzeitigen Einfluß der anderen aus.

Eine Deformationsbelastung wird in kleinen bis mittleren Tiefenlagen — vorzugsweise in einigermaßen kohärenten Gebirgsarten, durch ihre elastische Trägheit begünstigt — vielleicht eben noch erreichbar, in sehr großen Tiefen aber nicht mehr auszuschließen sein. In Zwischen- oder Endstadien des Deformationsvollzuges muß das Auftreten sekundärer Gewölbebelastungen überall als möglich angesehen werden, wobei seine charakteristischen Äußerungen, den näheren Umständen angepaßt, in mannigfachster Gestalt zur Geltung kommen können (vgl. auch § 7 a).

Dieses Einzelgebiet ist aber noch zu unabgeklärt, als daß hier näher darauf eingegangen werden könnte. Der Hinweis allein schon dürfte genügen, um die grundsätzliche Seite der in dieser Schrift vertretenen Auffassung zu betonen (vgl. auch die Andeutungen in § 7 a). Was an

dieser Stelle mit Bezug auf den ausgewölbten Tunnelhohlraum noch gesagt werden soll, beschränkt sich — in konsequenter Verfolgung allein der durch die Elastizitätslehre faßbaren Probleme — auf Primärbelastungen, welchen mit zunehmender Tiefenlage eines Tunnelbaues größere Wahrscheinlichkeit und damit noch eine gewisse praktische Bedeutung zukommt.

Die dabei ermittelten Gewölbebeanspruchungen können als Minimalwerte bezeichnet werden, wie sie im Sinne einer möglichst wirksamen Hintanhaltung der Zerstörungen im Felsen notwendig sind. Es ist aber durchaus nicht ausgeschlossen, daß unter gewissen Umständen, und vielleicht nicht einmal selten, die sekundären Drücke auf das Gewölbe von günstigerer Wirkung bleiben können, als wenn der volle Deformationsdruck auf ihm lastet. Dies namentlich bei größerer Eigenfestigkeit der Gesteinshülle.

Um viele Wiederholungen der aus der gleichen Quelle geschöpften, zur Bestimmung der Spannungen und Verschiebungen notwendigen Konstantenwerte zu vermeiden, werde fernerhin eine den Koeffizienten s und s^* nahestehende Größe k eingeführt; sie soll ausdrücken, zu welchem Bruchteil die im freistehenden Zustande mögliche Gebirgsdeformation bis zum Einbau des Gewölbes zur Auswirkung kommen konnte. $k = 0$ entspricht also einer von Anfang an dem Gewölbe zuzuschreibenden Entlastung; $k = 1$ die sinngemäß vollkommene Unwirksamkeit der Mauerung. Der letzte Wert führt daher auf die schon verwendeten Konstanten des § 7a zurück. Zwischenwerte von k erheben sich nicht über die Bedeutung einer linearen Interpolation.

Nach diesen Vorbemerkungen verstehen sich die nachfolgenden Grenzbedingungen von selbst. In ihnen sind, wie es fernerhin stets gehalten werden soll, die auf das Gewölbe bezogenen Größen einfach gestrichen (Abb. 30 b).

$$\begin{array}{ll} r = q_i: & \sigma'_r = 0; \\ & \tau'_{rt} = 0; \end{array} \quad \begin{array}{ll} r = q_m: & \sigma'_r = \sigma_r; \quad \tau'_{rt} = \tau_{rt}; \\ & \Delta r' = \Delta r - (\Delta^0 r + k \cdot \Delta^1 r). \end{array} \quad (76)$$

Es bleibe zur Festlegung der Gebirgsspannungen freigestellt, in $\Delta^0 r$ und $k \cdot \Delta^1 r$ gegen $\Delta r'$, entsprechend der Variabilität der Spannungskurve, mit zunehmender Belastung verschiedene Elastizitätsgrößen einzuführen. Das kann natürlich in obigen Beziehungen nicht direkt geschehen, da sie unter der Voraussetzung einheitlicher Elastizitätsgrößen abgeleitet wurden, diese Bemerkung sich hingegen nur auf Teilzustände bezieht. Allenfalls müßte von dem hier zu erhaltenden Werte $\Delta r = \Delta r' + (\Delta^0 r + k \cdot \Delta^1 r)$ der Klammerausdruck $(\Delta^0 r + k \cdot \Delta^1 r)$ nachträglich wieder abgezogen und darauf durch völlig getrennt ermittelte Werte,

den Belastungsstufen von $\Delta^0 r$ und $k \cdot \Delta^1 r$ entsprechend, ersetzt werden. Ganz in demselben Sinne ändert sich gleichzeitig der Spannungszustand des Gebirges.

Die formale Übereinstimmung der Ausdrücke links und rechts dieser Grenzbedingungen erheischt ein Total von 18 Konstanten, so daß dem Wölbungszyylinder eine dem Gebirge (28) analoge Spannungsfunktion mit den Konstanten $a'_0, b'_0, (c'_1, \delta'_1), \gamma'_1, a'_2, \alpha'_2, \beta'_2, c'_3, \gamma'_3$ und δ'_3 zugeteilt werden muß. Zu diesen gesellen sich noch, wie dies auch früher für das Gebirge der Fall war, drei weitere in den Verschiebungen: A', B' und C' . Die Wertbestimmung der früheren Verschiebungskonstanten A, B und C ist aus § 2 erkennbar. Da nun alle Verschiebungen desselben Bezugspunktes teilhaftig werden müssen, erfordert die gemeinsame Berührungsfläche analoge Verhältnisse für das Gewölbe. Durch Gleichsetzung der entsprechenden Verschiebungen folgt ohne weiteres $B' = C' = 0$. A' ist wieder die notwendig in den Logarithmus eingehende Konstante, deren Wert im Anhang ausführlich gegeben ist.

Verwendet man in den obigen Randbedingungen Spannungswerte nach Gl. (5), dann ist die statische Wirkung des Eigengewichtes γ' für das Gewölbe bereits mit in die Lösung eingeschlossen. Als spezielle Bedingung hierfür verbleibt diejenige eines allseitig satten Anschlusses an das Gebirge, ohne Überwindung der Haftfestigkeit, wie sie dieser Lösung zugrunde liegt.

Auffallend mag erscheinen, daß die eben fixierten Grenzbedingungen die Identität der peripherischen Verschiebungen Δs vermissen lassen. Es ist der Lösung eigentümlich, daß sie sich in der Anzahl obiger fünf Bedingungsgleichungen erschöpft, d. h. außer den zur Befriedigung des Prinzips von Aktion und Reaktion und der damit notwendig bleibenden Berührung eine weitere Einschränkung nicht zuläßt. Da nun die Lösung für $s = 0$ und $s^* = 0$ im Sinne der Elastizitätstheorie als exakt bezeichnet werden muß, und auch die Voraussetzungen hier am ehesten erfüllt sein werden, weist diese Tatsache darauf hin, daß den statisch möglichen Belastungszuständen Gleitungen in der Berührungsfläche beider Medien entsprechen. Sie werden indes eine Loslösung der Auskleidung nicht unbedingt zur Folge haben müssen, da sie reichlich Gelegenheit finden, sich in Differentialbewegungen der gemischten Übergangszonen auszugleichen und darüber hinaus ein gewisses Maß von Schubfestigkeit auf beiden Seiten vorhanden ist.

Benutzt man die diese Konstanten unter sich bindenden Beziehungen, wie sie im Anhang dieses Paragraphen wiedergegeben sind, dann kommen den Spannungsgrößen in Gebirge und Auskleidung recht übersichtliche Werte zu,

$$\text{Gebirge:} \quad p^* = \left(\frac{Q_i}{Q_m}\right)^2; \quad p = \left(\frac{Q_m}{r}\right)^2; \quad n = -\frac{\nu_2}{4\nu_1}.$$

$$\begin{aligned}
 (\sigma_r)_A &= (\sigma_r)_U - \gamma^* H^* p - \frac{a'_0}{\varrho_i^2} (1 - p^*) p \\
 &+ \gamma' (1 - p^*) p \{1 + p[1 + (1 - n) p^*]\} r \cdot \sin \varphi \\
 &+ \gamma^* p^* p \{1 + m - p[m - n(1 - p^*)]\} r \cdot \sin \varphi \\
 &+ \frac{\beta'_2}{\varrho_i^2} (1 - p^*) p \{4 - 3p(1 + p^*)\} \cos 2\varphi \\
 &+ 2 \frac{\delta'_3}{\varrho_i^4} (1 - p^*) p^2 \{5(1 + p^*) - 4p(1 + p^* + p^{*2})\} r \cdot \sin 3\varphi \\
 (\sigma_t)_A &= (\sigma_t)_U + \gamma^* H^* p + \frac{a'_0}{\varrho_i^2} (1 - p^*) p \qquad (77) \\
 &+ \gamma' p \{m(1 - p^*) - p[(1 - m) + (m - n) p^* - (1 - n) p^{*2}]\} r \cdot \sin \varphi \\
 &+ \gamma^* p^* p \{m + p[m - n(1 - p^*)]\} r \cdot \sin \varphi \\
 &+ 3 \frac{\beta'_2}{\varrho_i^2} (1 - p^{*2}) p^2 \cos 2\varphi \\
 &- 2 \frac{\delta'_3}{\varrho_i^4} (1 - p^*) p^2 \{(1 + p^*) - 4p(1 + p^* + p^{*2})\} r \cdot \sin 3\varphi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\tau_{rt})_A &= (\tau_{rt})_U - \gamma' (1 - p^*) p \{m + p[(1 - m) + (1 - n) p^*]\} r \cdot \cos \varphi \\
 &- \gamma^* p^* p \{m - p[m - n(1 - p^*)]\} r \cdot \cos \varphi \\
 &+ \frac{\beta'_2}{\varrho_i^2} (1 - p^*) p \{2 - 3p(1 + p^*)\} \sin 2\varphi \\
 &- 2 \frac{\delta'_3}{\varrho_i^4} (1 - p^*) p^2 \{3(1 + p^*) - 4p(1 + p^* + p^{*2})\} r \cdot \cos 3\varphi
 \end{aligned}$$

Gewölbe: $p = \left(\frac{\varrho_i}{r}\right)^2$

$$\begin{aligned}
 \sigma'_r &= -\gamma^* H^* - \frac{a'_0}{\varrho_i^2} (1 - p) + \gamma' (1 - p) \{2 + p(1 - n)\} r \cdot \sin \varphi \\
 &+ \gamma^* p \{1 + n(1 - p)\} r \cdot \sin \varphi \\
 &+ \frac{\beta'_2}{\varrho_i^2} (1 - p) (1 - 3p) \cos 2\varphi \\
 &+ 2 \frac{\delta'_3}{\varrho_i^4} (1 - p) (1 + p - 4p^2) r \cdot \sin 3\varphi \\
 \sigma'_t &= -\gamma^* H^* - \frac{a'_0}{\varrho_i^2} (1 + p) + \gamma' \{4 - np + (1 - n) p^2\} r \cdot \sin \varphi \qquad (78) \\
 &+ n\gamma^* p (1 + p) r \cdot \sin \varphi \\
 &- \frac{\beta'_2}{\varrho_i^2} (1 + 3p^2) \cos 2\varphi \\
 &- 2 \frac{\delta'_3}{\varrho_i^4} (1 - p^2 + 4p^3) r \cdot \sin 3\varphi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau'_{r,t} = & -\gamma' (1-p) \{1 + (1-n)p\} r \cdot \cos \varphi \\ & - \frac{\beta'_2}{\rho_i^2} (1-p) (1+3p) \sin 2\varphi - n\gamma^* p (1-p) r \cdot \cos \varphi \\ & + 2 \frac{\delta'_3}{\rho_i^4} (1-p) (1+p+4p^2) r \cdot \cos 3\varphi, \end{aligned}$$

die der Einfachheit halber jetzt schon mit den Zusatzgliedern für die Wirkung eines inneren Überdruckes versehen wurden, so daß sie mit den am Schlusse dieses Teilstückes beigegebenen Hauptkonstanten a'_0 , β'_2 und δ'_3 alle hier interessierenden Belastungsmöglichkeiten umfassen.

Mit $\gamma^* = k = 0$ wird der Fall des unter voller Deformationslast stehenden Tunnelgewölbes ausgeschieden, der einige von den Elastizitätsverhältnissen abhängige bemerkenswerte Grenzpunkte seiner Veränderlichkeit in sich schließt. Ist $E' = \infty$ oder $E = 0$ bzw.

$\varepsilon = \frac{\nu E'}{\mu E} = \infty$, ein Fall, der infolge veränderter Grenzbedingungen nicht direkt aus den Konstanten deduzierbar bleibt, dann besteht eine gegen den ursprünglichen Ruhezustand unveränderte Druckverteilung, wie dies dem starren Einbau einerseits, den Flüssigkeiten andererseits entspricht.

Wird $\varepsilon = 0$ oder, was mit ihm gleichwertig ist, $E' = 0$ oder $E = \infty$, dann vermag oder braucht das Gewölbe keinen Widerstand mehr zu bieten, und die Kräfteverteilung zeigt gegenüber derjenigen des unausgewölbten Hohlraumes keinen Unterschied. Je mehr sich demnach der Koeffizient ε dem Nullwerte nähert, desto größer sind die Verzerrungen des ursprünglichen Kräftespiels. Das Verhältnis der Elastizitätsmoduln muß daher in erster Linie für den Grad der eintretenden Störung verantwortlich gemacht werden.

Die Art dieser Veränderungen ist dagegen dem Einfluß des Querkontraktionskoeffizienten μ zuzuschreiben. Bei alleiniger Berücksichtigung des wichtigsten Spezialfalles $s = 0$, $s^* = 0$, fixieren sich für die untere Grenze $\mu = 2$ die Hilfswerte $\sigma_1 = \gamma$ und $\sigma_2 = 0$. Damit reduziert sich die Anzahl der Konstanten auf eine einzige a'_0 , und mit dieser die peripherische Normalbelastung der Auswölbung auf

$$(\sigma_r)_{e_m} = -\gamma H \frac{3\varepsilon}{(3\varepsilon + \nu_2) - p^*(3\varepsilon - \nu_0)} (1 - p^*), \quad (79)$$

was einer vollkommen gleichförmigen äußeren Druckbelastung gleichkommt. Umgekehrt bedingt der obere Wert $\mu = \infty$ mit $\sigma_1 = \sigma_2 = \gamma/2$ und $\varepsilon \mu_0 = \varepsilon \mu_1 = \frac{\nu E'}{E}$, die größte Ungleichförmigkeit des Spannungszustandes mit veränderlichem Winkel φ , da die trigonometrischen Terme ihren ganzen Einfluß zur Geltung bringen, das kon-

stante Glied aber durch den unteren Grenzwert von σ_1 auf sein Minimum zurückweicht.

Diese Ungleichförmigkeit kann soweit gehen, daß bei geringeren Gewölbestärken die äußere radiale Scheitelspannung

$$(\sigma_r)_{\rho_m, \pi/2} = -\frac{1-p^*}{\rho_i^2} \cdot \{a'_0 + \beta'_2(1-3p^*)\} \quad (80)$$

von negativen zu positiven Werten übergeht. Ein solcher Fall tritt annähernd dann ein, wenn der Wert von $p^* = \left(\frac{\rho_i}{\rho_m}\right)^2$ denjenigen von $\frac{1}{3} \left\{1 + \frac{a'_0}{\beta'_2}\right\}$ übertrifft, nachdem in den Konstanten a'_0 und β'_2 ein mittlerer Verhältniswert p^* eingeführt wurde. Seine Erklärung findet das anscheinend paradoxe Ergebnis in ansehnlichen Schubspannungen, welche durch den Deformationsdruck, der den Einbau nach den Tendenzen des Gebirgsmantels zu deformieren sucht

(Abb. 29), unter dem Winkel $\pi/4$ auf das Gewölbe übertragen werden. Sowohl große als kleine Gewölbestärken, diese ersteren trotz allseitiger Druckbelastung, unterliegen in diesem Falle den in Scheitel und Sohle tangential tätigen Zugkräften.

Diese Sachlage ändert sich von Grund auf mit einer Wertverminderung von μ . Der relativ

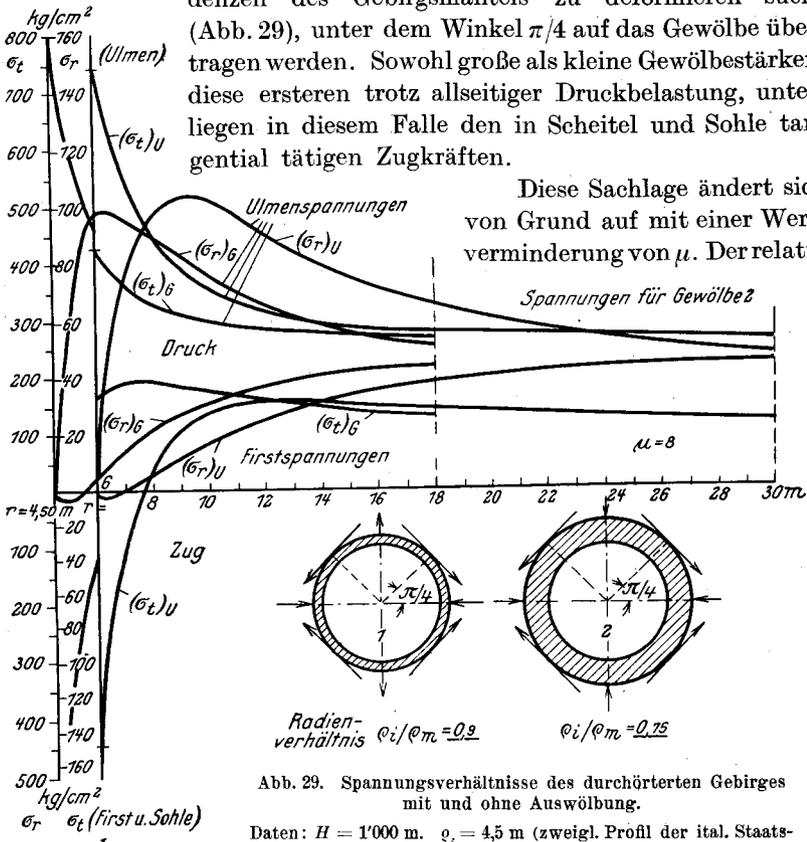


Abb. 29. Spannungsverhältnisse des durchörterten Gebirges mit und ohne Auswölbung.

Daten: $H = 1'000$ m. $\rho_i = 4,5$ m (zweigl. Profil der ital. Staats-eisenbahnen). $\rho_m = 6,0$ m. $k = s = s^* = 0$. $\gamma = 2,6$ t/m³. $\mu = \nu = 8$. $E = 100'000$ kg/cm². $E'_{\text{Druck}} = 200'000$ kg/cm².

hohe Schub kommt langsam zum verschwinden und macht einer wachsenden Gleichförmigkeit Platz, welche die ganze Auswölbung unter äußeren Druck zu stehen bringt. Kombiniert sich mit der praktisch erreichten Inkompressibilität ($\mu = \sim 2$) die Möglichkeit einer in Fluß geratenden Gesteinszone ($E = 0$), wie dies anderen Orts für die Gebiete latenter Plastizität erwogen wurde, so verwandelt sich die äußere Belastung in einen hydrostatischen Überdruck $(\sigma_r)_{qm} = -\gamma \cdot H$, wie aus dem oben gegebenen Wert (79) mit $\varepsilon = \infty$ hervorgeht. Soll aus irgendwelchen Gründen ein äußerer Wasserdruck in die Berechnung mit einbezogen werden, so kann dies unter Benutzung der eben genannten Elastizitätsgrößen ohne weiteres geschehen.

Die graphische Darstellung in Abb. 29 gibt einen Begriff davon, wie der Gewölbeeinbau unter Deformationsdruck die lokalen Beanspruchungen umzugestalten vermöchte. Soweit sie sich auf das Gebirge bezieht, erscheinen die Tangentialspannungen abgemildert, die Radialspannungen in einem für die lokale Festigkeit günstigen Sinne gehoben. Dagegen werden die peripherischen Höchstwerte des unausgewölbten Tunnels — unter Umständen noch betonter — einfach an den inneren Umfang des Gewölbes vorgetragen.

Man wird mit der Annahme kaum fehlgehen, daß dem Anteil des Deformationsdruckes in kleinen bis mittleren Tiefen nur geringe oder überhaupt keine Bedeutung beizumessen sei. Für diese Auffassung sprechen schon die zu seiner Entstehung notwendigen Bedingungen, welche sozusagen nur durch die in den plastischen Anteilen der Gebirgsdeformation liegende Trägheit und die damit verbundene zeitliche Verschiebung der Aktivität einer Verwirklichung fähig werden¹⁾. Nur dort, wo die plastischen Verformungen zur Hauptsache oder ganz im Vordergrund stehen, also überall da, wo der bestimmende Elastizitätsmodul nahe Null gesetzt werden kann, d. h. in schwimmendem, von Natur plastischem oder durch allseitigen Umschluß latent plastischem Gebirge wird dessen Wirksamkeit zu erwarten sein.

Diese Tatsache darf eher als günstiger Umstand für den Tunnelbau gewertet werden. Denn ließe sich von einem einfachen Verkleidungsmauerwerk, das mehr zur Sicherung eventueller Ablösungen als zur Aufnahme einer äußeren Belastung eingebracht wurde, der Deformationsdruck nicht fernhalten, so hätte dasselbe vielfach weniger harmlosen Beanspruchungen zu genügen. Doch darf auch nicht übersehen werden, daß dort die Belastungen ihre ernsthafte Natur nicht verleugnen, wo sie mit Recht in die Kategorie der Deformationsdrücke einzureihen sind.

¹⁾ Als Kriterium für die Wirksamkeit des Deformationsdruckes in geringern Tiefen kann nachgerade das Auftreten von starken Schub- und Zugkräften im Gewölbe angesehen werden.

Weitaus in den meisten Fällen wird das Gewölbe seiner zweiten Aufgabe dienlich sein, dem durch den Ausbruch eingeleiteten Zerstörungswerk eine engere Grenze zu setzen dadurch, daß es als widerstandsfähiger Ring Stützpunkte für ein neues Minimalgleichgewicht bietet. Ein Zerfall in der First dürfte nach früheren Darlegungen wohl von selbst zum Stillstand kommen, solange das Material nicht jeder Kohäsion bar ist. Das Firstgewölbe verwehrt den Atmosphärien den Zutritt zu der gelockerten Felspartie und hält diese selbst vom Tunnelhohlraum fern.

Geht der Zerfall von den Seitenstößen aus, dann wird auch die satteste Ausmauerung zufolge der ihr innewohnenden Elastizität nicht augenblicklich dem Weitergreifen der Zerstörung Einhalt gebieten können. Der Druck auf das fertige Gewölbe stellt sich erst nach und nach bis zu seiner vollen Größe ein. Durch eine beschränkte Freigabe des latenten Arbeitsvermögens noch hinter der Auswölbung wird mit der Zeit ein inniger Kontakt zwischen dem gesunden Felsen und dem Gewölbe tatsächlich hergestellt und damit die Möglichkeit eines neuen stabilen Gleichgewichtes gegeben.

§ 8. Wirkungen eines inneren Überdruckes.

Bei neuzeitlichen Wasserkraftanlagen und insbesondere bei solchen, die in Verbindung mit einem Akkumulierbecken erstellt werden, benutzt man als Triebwasserleitung mit Vorliebe den Druckstollen. Selbst dort, wo die topographischen und geologischen Verhältnisse andere Lösungsmöglichkeiten wohl gestatten würden, fällt der Entscheid oft zu seinen Gunsten aus. Es sind dann nicht immer oder allein wirtschaftliche Gründe, die zu dieser Wahl Veranlassung bieten — sie würden im Gegenteil vielfach gegen dessen Erstellung sprechen — sondern eine ganze Reihe von Vorteilen, die mit ihm von Fall zu Fall verbunden sind.

Nach hydraulischen Gesichtspunkten beurteilt soll der Druckstollen in erster Linie möglichst dicht und glatt sein, um Wasser- bzw. Reibungsverluste zu vermeiden. Die erste Forderung, welche infolge ihrer Verquickung mit statischen und wirtschaftlichen Fragen nicht immer leicht befriedigend zu erfüllen sein wird, bildet in dem genannten Zusammenhang den Kernpunkt des Druckstollenproblems.

Vom Standpunkt der Elastizitätslehre aus ist der Schritt von den vorhergehenden zu den nachfolgenden Erörterungen ein ganz unwesentlicher. Er gewinnt aber sofort an Ausgeprägtheit und setzt sich in manchen Punkten seines inneren Wesens dem Früheren direkt entgegen, sobald die daran haftenden Verumständungen gebührend berücksichtigt werden. Auf gewisse Gegensätzlichkeiten wurde schon bei der Behandlung der Elastizitätsgrößen hingewiesen. Weitere Gesichtspunkte werden

im Anschluß an die Besprechung des ausgekleideten Druckstollens zur Sprache kommen.

Eine willkommene Bestätigung hat die elastizitätstheoretische Behandlung des Druckstollenproblems durch die Versuche der Druckstollenkommission in Amsteg¹⁾ erfahren. Die dortigen Ergebnisse haben einwandfrei erwiesen, daß das Gebirge auch in größerem Ausmaß und im natürlichen, zum Teil zerrissenen, zermürbten, klüftigen Zustande der aus Laboratoriumsversuchen her bekannten elastischen und plastischen Verformungen fähig bleibt. Die Größenordnung der beobachteten Durchmesser Verschiebungen bewegt sich innerhalb Grenzen, die auf Elastizitätsmoduln zwischen 20000 und 300000 kg/cm² zu schließen gestatten, Werte, die gegenüber den Veröffentlichungen der Festigkeitsanstalten zahlenmäßig kaum Unterschiede aufzuweisen haben. Der elastische Teil der Verformungen dürfte demnach tatsächlich den aus Versuchskörpern zu deduzierenden Arbeitsdiagrammen folgen.

Die Plastizität kann allerdings, da sie zum Teil in einer bereits vorhandenen mechanischen Zerstörung begründet liegt, den Versuchswerten der Laboratorien nicht mehr genau entsprechen; sie wird daher nur schätzungsweise auf Grund ausgedehnter Erfahrungen in Rechnung zu stellen sein. Nach den Amsteger Versuchsreihen variiert der plastische Anteil zwischen 0⁰/₁₀ und 50⁰/₁₀ der Gesamtdeformation, je nachdem das Gestein kompakten (Biotitgneis) oder gebrächen Charakters (Serizit-schiefer) ist. Er wird für die Verfolgung einer ersten Belastung in den Elastizitätsmodul mit einzubeziehen sein. Eine nachfolgende Entlastung und Neubelastung hat jedoch Spannungszustände zur Folge, welche mit der möglichen Haftfestigkeit zwischen Auskleidung und Fels in engstem Zusammenhange stehen, worüber an späterer Stelle noch ausführlicher zu sprechen sein wird.

Ist die Haftung eine vollkommene, so lassen sich auf Grund früherer Darlegungen auch die Eigengewichtsspannungen des Gewölbes leicht hin beurteilen. Bei üblichen Dimensionen rufen sie in Scheitel und Sohle Zugspannungen von ca. 1—3 kg/cm² hervor, weshalb rechnerisch vorausbestimmte Unterschiede dieser Größenordnung in der Beanspruchung verschiedener Auskleidungsformen gleichen Materials, falls deren Eigengewicht vernachlässigt bleibt, für zwingende Rückschlüsse aus ihrem nachträglichen Verhalten gegenüber der Bruchgrenze schon aus diesem Grunde versagen müssen²⁾.

¹⁾ L. 104. Der Bericht wurde dem Verfasser in zuvorkommender Weise von Herrn Prof. Dr. A. Rohn, Mitglied der Druckstollenkommission, zur Verfügung gestellt. Eine auszugsweise Veröffentlichung findet sich in der S. B. Z. 1924, I, S. 7 ff.

²⁾ Vgl. beispielsweise Strecke A—D in L. 104.

Der im vorausgehenden Paragraphen besprochene Tunnel mitsamt den geschilderten Eigenheiten bildet eine Entwicklungsphase jedes Druckstollens. In allen Baustadien, und nach Fertigstellung bei Kontrollgängen, verhält sich ein solcher nicht wohl anders als wie ein gewöhnlicher Tunnel. Dieses Verhalten darf aber nicht außer acht gelassen werden, soll das Verhältnis der Baute zum Gebirgsanzen in klaren Umrissen erfaßt werden. Es kann vorkommen, daß die Auswölbung des Druckstollens sowohl äußeren als auch inneren Belastungen gewachsen sein muß, wodurch an sie differenziertere Anforderungen gestellt werden, als wie dies bei einem gewöhnlichen Tunnelgewölbe der Fall ist.

Schon dadurch ist die konstruktive Durchbildung der Druckstollenauskleidung mit etwelchen Schwierigkeiten verbunden; sie wird erschwert durch die Fragwürdigkeit eines wirksamen Zugwiderstandes im Verkleidungsmauerwerk und in der umgebenden Gesteinshülle. Aus diesem Grunde wird das Augenmerk bei Bauten unter innerem Überdruck vornehmlich auf deren Stellung zu den auftretenden Zugkräften gerichtet sein müssen. Dort, wo die gestörte Kräfteverteilung schon primär deren Entstehung begünstigt oder gar fordert, werden naturgemäß die schwächsten Punkte zu erwarten sein. So ist es vielleicht nicht allein dem Zufall zuzuschreiben, daß die von der Druckstollenkommision Amsteg durchgeführte Umfrage ¹⁰⁴ ein Maximum der Felsüberlagerung bei unausgekleideten Stollen von nur der Hälfte desjenigen der betonierten ergeben hat; daß darüber hinaus die Rißbildungen im Stollen des Ritomwerkes eine ausgesprochene Bevorzugung der Sohlen- und Scheitelpartien zeigten ⁹⁶.

Nun geht die Hauptfrage des Druckstollenbaues — mit Bezug auf die Notwendigkeit und die Art seiner Auskleidung — dahin zu wissen, ob der angeschlagene Fels unter den aufzubringenden Betriebsdrücken bereits an und für sich genügend dicht ist oder ob er zu Wasserverlusten neigt. Auf die damit verbundenen Möglichkeiten soll hier im einzelnen noch kurz eingetreten werden.

1. Der Fels ist dicht. Alsdann verbleiben nur Gesichtspunkte hydraulischer, betriebstechnischer und wirtschaftlicher Natur, nach welchen eine Auskleidung, Verputz o. dgl. für notwendig befunden werden kann. Hinsichtlich der Wahl dieser Mittel besteht aber vollkommenste Freiheit, und allen Bedürfnissen kann leicht entsprochen werden, wie sie sich auch von Fall zu Fall einstellen mögen. Hier wurzelt die ursprüngliche Idee, welche dem Druckstollenbau zugrunde liegt und sich heute noch in dem Bestreben kundtut, die Baulinie eines Druckstollens so zu legen, daß sie den gewachsenen, gesunden und nach Möglichkeit kompakten Felsen trifft. Nicht immer jedoch ist dies ganz oder auch nur teilweise möglich; man hat es dann mit dem zweiten Fall zu tun.

2. Der Fels ist undicht. Die in ihm auftretenden Wasserverluste können zur Hauptsache auf zwei Ursachen zurückgeführt werden; entweder ist die Klüftung trotz eines vielleicht kompakten Felsens örtlich stark, oder weitverzweigt, so daß sie allein schon imstande ist gewisse Wassermengen abzuführen. Oder aber, der Wasseraustritt wird erst durch die vom Betriebsdruck hervorgerufenen positiven Dehnungen und die damit verbundenen Risse oder Rißeerweiterungen ermöglicht. Man kann, diesen beiden Fällen gemäß, das Gebirge als für den Wasserdruk aufnahmefähig bzw. nicht aufnahmefähig bezeichnen. Von hierab steht die Frage der Dichthaltung der Stollenwandungen ganz im Vordergrund des Interesses.

a) Der Fels ist für den Betriebsdruck aufnahmefähig. Finden sich nur stellenweise größere Klüfte und Spalten, welche die Ausbruchfläche durchsetzen, so kann eine Ausmauerung oder ein Verstreichen derselben bereits zu dem Erfolg führen, daß der Stollen im weiteren nach 1. frei behandelt werden kann. Ist die Rissigkeit eine weitverzweigte und ausgedehnte, dann bieten sich immer noch zwei Möglichkeiten seiner konstruktiven Durchbildung, die

α) in Anordnungen mit unbeanspruchter Dichtungshaut, wie beispielsweise Auskleidungen mit Wulstblechen, Fugengewölben usw. oder

β) in Anordnungen mit beanspruchter Dichtungshaut, wie sie durch geschlossene und satt anliegende Gewölberinge meist gegeben sind,

bestehen können. Die Konstruktionen unter α beanspruchen an dieser Stelle kein weiteres Interesse, da sie statischen Funktionen vollkommen enthoben sind. Dagegen stellen die Anordnungen nach β wahrscheinlich gewisse Anforderungen an das Material oder

zeigen wenigstens, je nach dessen Eigenschaften, ein veränderliches Verhalten, was hier klarge stellt und ermittelt werden soll. Ist dagegen überdies

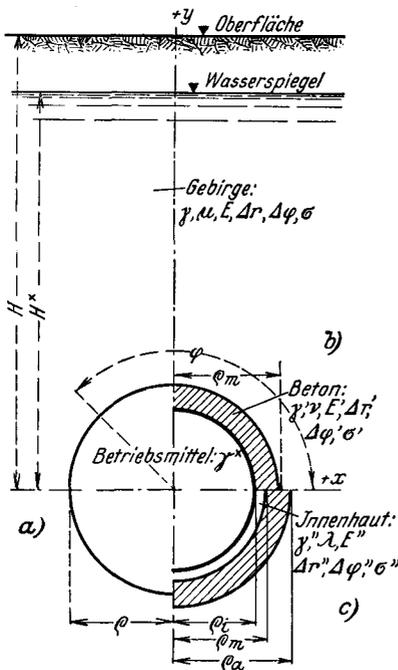


Abb. 30. Grundlagen zur Festlegung der Grenzbedingungen a) im ungewölbt, b) im einfach gewölbt und c) im doppelt gewölbt Hohlraum.

zeigen wenigstens, je nach dessen Eigenschaften, ein veränderliches Verhalten, was hier klarge stellt und ermittelt werden soll. Ist dagegen überdies

b) der Fels für den Betriebsdruck nicht aufnahmefähig, was bei höheren Betriebsdrücken und zermürbteren Gesteinspartien zutreffen kann, dann bleibt einzig die Anordnung β oder eine Verbindung von α mit β übrig, die vielleicht unökonomisch, aber bei Anspruch auf ganz sichere Dichtung (beispielsweise im Anhydrit) nicht zu umgehen sein wird.

a) Stollen ohne Auskleidung.

Befindet sich die freie Wasseroberfläche um H^* über der Horizontalen durch den Stollenmittelpunkt (Abb. 30a), dann berechnet sich der hydrostatische Druck p in einem durch den Winkel φ fixierten Punkte des Stollenumfanges zu

$$p = -\gamma^* (H^* - \rho \sin \varphi), \quad (81)$$

ein Druck, welcher mit der Radialspannung σ_r an jener Stelle Gleichgewicht halten muß:

$$r'' = \rho: \quad \sigma_r = p; \quad \tau_{rt} = 0. \quad (82)$$

Da allhier auch $\tau_{rt} = 0$ ist, und in σ_r die trigonometrischen Terme des doppelten und dreifachen Winkels gleichfalls verschwinden müssen, bleiben sich die Bedingungsgleichungen für $\alpha_2, \beta_2, \gamma_3, \delta_3$ sowie diese Werte selbst genau gleich wie unter § 7a. Alle diese Konstanten sind mühelos aus der Zusammenstellung am Schlusse dieses Paragraphen zu entnehmen. Nach ihrer Verwertung in den Gleichungen (30) und (32), geben die gewonnenen Spannungen eine der tatsächlichen nahekommende Kräfteverteilung wieder:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (\sigma_r)_U - \gamma^* p \{H^* - [m(1-p) + 1] r \cdot \sin \varphi\} \\ \sigma_t &= (\sigma_t)_U + \gamma^* p \{H^* + m(1+p) r \cdot \sin \varphi\} \\ \tau_{rt} &= (\tau_{rt})_U - \gamma^* p m (1-p) r \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad p = \left(\frac{\rho}{r}\right)^2, \quad (83)$$

deren Ausdrücke $(\sigma_r)_U$ usw. den Gl. (59) entstammen.

Die Verschiebungen beziehen sich wie immer auf den Deformationsnullpunkt; es verbleibt nach deren Reduktion, soweit sie durch den Wasserdruck allein veranlaßt werden:

$$\begin{aligned} \mu E \Delta r &= (\mu + 1) \gamma^* \cdot \rho^2 \cdot \left\{ \frac{H^*}{r} + \frac{1}{4} \left[\frac{\mu_{4/3}}{\mu_1} \cdot \lg r/H' + 2 m p \right] \sin \varphi \right\} \\ \mu E \Delta \varphi &= -(\mu + 1) \gamma^* \cdot \frac{\rho^2}{4 r} \cdot \left\{ 2 m p - \left[\frac{\mu_{4/3}}{\mu_1} \cdot \lg r/H' + \frac{\mu_0}{\mu_1} \right] \right\} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (84)$$

Da $\sin(\varphi + \pi) = -\sin \varphi$ und $\cos(\varphi + \pi) = -\cos \varphi$, so wird im Durchmesser die Summe der antipolaren Werte von $\Delta \varphi$ gleich Null. Andererseits ergibt sich die Durchmesser-verschiebung zu

$$\mu E (\Delta d)_\varphi = 2(\mu + 1) \gamma^* H^* \cdot \rho, \quad (85)$$

eine für alle Umfangspunkte konstante Größe, die zum Ausdruck bringt, daß der Stollen unter innerem Überdruck eine etwas erweiterte, doch wiederum kreisförmige Gestalt annimmt.

Das Resultat ist analog dem in § 7a aufgedeckten. Hier verhält sich die Durchmesserzunahme unabhängig von den variierenden Einzeldrücken und wird einzig durch den mittleren Wasserdruck bestimmt. Es kommt dies offenbar daher, daß die sich diametral gegenüberliegenden Elementardrücke stets zur mittleren Belastung $-\gamma^*H^*$ ergänzen. Der Wert $(\mu E \Delta d)_q$ erreicht deshalb allerorts den doppelten Betrag der Radialverschiebung in der Horizontalen.

Druckstollen halten sich fast ausschließlich unter mäßigen Überlagerungen derart, daß für sie eine Gefahr der Ulmenüberlastung als ausgeschlossen gelten darf. Desto gefährlicher werden ihnen die für geringere Tiefen charakteristischen Zugspannungen in Scheitel und Sohle, welche bei ausgekleideten und roh belassenen Stollen als erste Gefahrpunkte gelten müssen.

Hierbei ist zu beachten, daß die Zugfestigkeit eines Gesteines sozusagen unabhängig von der Individualfestigkeit der an seinem Aufbau beteiligten Elemente bleibt und nur von deren Zusammenhalt abhängig, also eine typische Aggregatfestigkeit ist. Geringe Gefügelockerungen können eine Zugwirkung vollkommen hinfällig und das Gestein in Scheitel- und Sohlenregion zur Aufnahme eines inneren Überdruckes unfähig machen. Der Widerstand gegen Zug, zu dem das Gestein in kleineren Teilen befähigt ist, kann also für die Auskleidung nicht allein ausschlaggebend sein. Es ließe sich hier von der Zuständigkeit einer Gebirgsfestigkeit¹⁾ sprechen. Wo diese der Gesteinsfestigkeit gleich gesetzt werden darf, muß ihre lokale Überschreitung nicht unbedingt zu Wasserverlusten führen. Solche treten nur da ein, wo eine fortgeschrittene natürliche Klüftung das Gestein in größerem Umkreise durchzieht. Eine leichte, jedoch ungefährliche Zertrennung wird mutmaßlich in jeder, selbst in den als massig bezeichneten Felsarten anzutreffen sein. Sie kann durch einen Verputz, der vorteilhaft unter Druck aufgebracht wird, in der Stollenoberfläche unwirksam gemacht werden.

Klüftung und Zugfestigkeit sind gemeinschaftlich die für das Verhalten eines Druckstollens bestimmenden Faktoren. Sie werden von Fall zu Fall durch Experimente vorgeprüft werden müssen, wenn die auf ihnen basierenden Ableitungen einigermaßen schlüssig sein sollen. Lediglich zur Gewinnung eines Anhaltspunktes sind hier einige, der Literatur²⁾ zu entnehmende Zugfestigkeiten wiedergegeben:

¹⁾ L. 7 bis L. 9.

²⁾ L. 37 und hauptsächlich L. 77.

Urgesteine:	$k_{zF} = 20-100 \text{ kg/cm}^2$, im Mittel ca. 50 kg/cm^2 .
Sedimente:	
Kalke u. Dolomite:	$k_{zF} = 10-100 \text{ kg/cm}^2$, im Mittel ca. 50 kg/cm^2 .
Sandsteine:	$k_{zF} = 5-45 \text{ kg/cm}^2$, im Mittel ca. 20 kg/cm^2 .

Sie variieren, von Ausnahmefestigkeiten abgesehen, zwischen 5 und 100 kg/cm^2 und weisen somit offensichtlich einen bedenklich großen Spielraum auf.

Läßt man in den Gl. (83) die Glieder mit $\sin \varphi$ und $\sin 3\varphi$ als von geringerem Einfluß beiseite, und setzt darauf die Tangentialspannung für $\varphi = 90^\circ$ und $p = 1$ gleich der Zugfestigkeit des Felsens, so verbleibt die Beziehung:

$$H^* = \frac{1}{\gamma^*} \{k_{zF} - \alpha \cdot H\} \quad \text{mit} \quad \alpha = 2 \sigma_2 (2 - \sigma), \quad (86)$$

die je nach Bedarf eine der Größen H^* , H oder k_{zF} zu ermitteln gestattet. Auf Grund der Diskussion des § 7a läßt sich leicht übersehen, daß $0 \leq \alpha \leq \gamma$, oder spezieller für den Hangstollen ($s^* = 1$), $\alpha = \gamma$, bzw.

den quer schneidenden Stollen ($s = 0$; $s^* = 0$), $\alpha = \gamma \cdot \frac{\mu - 4}{\mu - 1}$ ist, zwei

Ausdrücke, die mit wachsenden Werten von μ immer weniger voneinander abweichen werden. In plastischeren Zonen, in welchen $\mu < 4$ ist, kann H^* höhere Gefällstufen erklimmen, da alsdann Decke und Sohle durch die Gebirgsüberlast mit Druckvorspannungen begünstigt werden.

Eine Überprüfung von acht, durch die Umfrage der Druckstollenkommission¹⁰⁴ in Einzelheiten bekannten unverkleideten Stollenbauten, für welche allerdings die Zusammengehörigkeit der hydraulischen und Überlagerungshöhen in Frage bleibt, ergab unter gleichzeitiger Verwendung beider Maximalwerte das Folgende. Die größten Zugkräfte in der First bewegen sich zwischen $+7,0$ und $+40,0 \text{ kg/cm}^2$ mit einem Mittelwert von ca. 25 kg/cm^2 . An Wasserverlusten sind bei fünf Bauwerken keine, bei zweien mäßige und nur bei einem einzigen ein größerer zu verzeichnen. In diesem letzten Falle handelt es sich um eine provisorische Anlage (Tyin, Christiania), die in ausgezeichneten Felsverhältnissen (Granit) liegt und einem Wasserdruck von 67 m unterworfen ist. Ungeachtet der Schichtspalten und Fugung des Gesteines wurde bei ihr auf jeden Dichtungsversuch verzichtet. Die Scheitelspannung stellt sich hier schätzungsweise auf $15-20 \text{ kg/cm}^2$.

Die erwähnten Beanspruchungen sind gegenüber den üblicherweise für zweckmäßig gehaltenen Werten groß und scheinen darauf hinzuweisen, daß der von Natur aus dichte Fels] infolge seiner relativen Kompaktheit, wenn überhaupt, dann schon ziemlich hohe Zugkräfte sicher zu ertragen vermag. Bei sorgfältiger Berücksichtigung der sta-

tischen und Temperatureinwirkungen, und mit Einbeziehung der lokal sich vorfindenden Verhältnisse des Gebirgsbaues, dürfte nach Vorstehendem eine etwa doppelte Sicherheit zur Abschätzung der zulässigen Druckhöhe genügend sein.

Einen weiteren Anhaltspunkt über die Beanspruchung des unausgekleideten Druckstollens gewährt die periphere Ulmenspannung

$$(\sigma_t)_{\varphi=0^\circ}^p=1 = \gamma^* H^* - 2H(\sigma_1 + 2\sigma_2), \quad (87)$$

welche nach der positiven Seite tritt, sobald

$$\gamma^* H^* \geq 2H(\gamma + \sigma_2) \quad (87a)$$

ist oder, mit Berücksichtigung des Wertes von $0 \leq \sigma_2 \leq \gamma/2$, nachdem der hydraulische Druck das Zwei- bis Dreifache des ursprünglichen Überlagerungsdruckes erreicht hat. Eine Durchsicht der oben genannten Beispiele zeigt, trotz Zusammenführung der ungünstigsten Werte von H und H^* , nur einen einzigen Fall, welcher nahe daran ist, Zug an den Seitenstößen aufzuweisen (Stollen der Drahtwerke A. G. Biel I, $H^* = 45$ m, $H = 6-10$ m). Er liegt im kompakten Malm und hat sich während seiner Betriebsperiode von 1883—1912 ohne jegliche Auskleidung sehr gut bewährt. Als Scheitelzug treten vermutlich etwa $+7,0$ kg/cm² auf. Die vollkommene Wasserundurchlässigkeit zeugt wieder dafür, daß kompakte Felsarten sehr wohl höhere Zugbeanspruchungen zu ertragen vermögen.

Durch Aufbringen eines inneren Überdruckes erweitern sich natürlich die Zonen der Scheitel- und Sohlenregion, in welchen Zugkräfte, durch die zusätzliche Belastung intensiver, vorherrschend sind. In gebräuchlichen Gebirgsarten kann sich dadurch Firstdruck einstellen oder, falls er schon vorhanden war, vergrößern. Ein in sich geschlossener Zugbezirk rings um den Hohlraum herum¹⁾, von mäßiger Ausdehnung an den Seiten, ausgeprägt in Decke und Sohle, wird nur selten zu erwarten sein. Auch hat man allen Grund, einen solchen besonders in durchlässigen Gesteinsarten zu vermeiden, da ansonst Infiltrationen ein fast allseitiger Ausgang geschaffen und deren Gefährlichkeit ganz wesentlich gesteigert wird. Besondere Aufmerksamkeit ist bei Druckstollen immer, ob ausgekleidet oder unausgekleidet, der Scheitel- oder Sohlenpartie zuzuwenden.

b) Stollen mit Auskleidung.

Wie einleitend dargelegt, kommt die Auskleidung eines Stollens mit Rücksicht auf einen inneren Überdruck überall dort in Frage, wo der zu durchörternde Fels eine ausreichende Wasserdichtigkeit nicht mehr zu

¹⁾ L. 97, 98, 99, 102.

gewährleisten vermag. Ihr Zweck erschöpft sich zur Hauptsache darin, die unerwünschten und oft gefahrbringenden Wasserverluste fernzuhalten. Nur in selteneren Fällen wird sie gleichzeitig zur Entlastung des Gebirges herbeigezogen werden müssen, sofern nämlich nicht vorgezogen wird, diese Aufgabe einem besonderen Konstruktionsgliede zuzuweisen. In diesem Zusammenhang wird natürlich nur auf den statisch wirksamen Dichtungs- oder Entlastungsring einzutreten sein, da er, dieser Funktion enthoben, nur mehr eine rein konstruktive Maßnahme bleibt.

Erfordert bereits die Beschaffenheit des durchfahrenen Gesteines einen Einbau zur Wahrung der vom Berge her gestörten Stabilität, dann ist es möglich, jedoch kaum empfehlenswert, das Tunnelgewölbe mit der Aufnahme des hydrostatischen Innendruckes zu betrauen. Mag es noch so verlockend erscheinen, dieser inneren Belastung durch einen äußeren Druck ein ausgleichendes Gegengewicht zu verschaffen, so darf nicht übersehen werden, daß dieser äußere Druck sehr zufälligen Charakters und zudem eine von der Art und dem Zeitpunkte des Gewölbeinbaues in empfindlicher Weise abhängige Größe ist. Er kann weder nach Ausmaß noch nach Wirkungsweise erzwungen werden. Die Frage nach den resultierenden Beanspruchungen muß daher gerade in den hier bedeutsamen Einzelheiten unbeantwortet bleiben. Dazu ist aus der Besprechung des Tunnelgewölbes bekannt, daß die äußere Belastung unter Umständen selbst zu Zugbeanspruchungen im Gewölbe Anlaß geben kann.

Als weiteres Moment kommt hinzu, daß die Ausführung der Dichtungshaut einer besonders sorgfältigen Herstellung bedarf, welche nur im Schutze des bereits erstellten Tunnelgewölbes einwandfrei durchzuführen sein wird. In diesem Falle bleibt dem Konstrukteur auch die volle Freiheit mit Bezug auf ihre Ausführung gewahrt.

Eine statisch beanspruchte Dichtungshaut kann sonach, je nach der Standfestigkeit des Gebirges, in direkter Berührung mit dem Felsen erstellt oder einem den äußeren Druck abfangenden Gewölbe angeschmiegt werden. Der erste, bisher häufigste Fall, kleidet sich in die Grenzbedingungen (Abb. 30 b)

$$\begin{aligned}
 r = Q_i: \quad \sigma'_r &= -\gamma^* H^* + \gamma^* q_i \cdot \sin \varphi; \\
 \tau'_{rt} &= 0 \\
 r = Q_m: \quad \sigma'_r &= \sigma_r; \quad \tau'_{rt} = \tau_{rt} \\
 \Delta r' &= \Delta r - (\Delta^0 r + k \cdot \Delta^1 r),
 \end{aligned}
 \tag{88}$$

wenn ein Bruchteil $(1 - k)$ des Deformationsdruckes noch mit in Wirkung steht. Die aus ihnen hervorgehenden Konstanten finden sich mit allen früheren in der Zusammenstellung am Schlusse dieses Abschnittes

wiedergegeben. Für die Spannungszustände des Gebirges und Gewölbes kommen nun die Gl. (77) und (78) ungekürzt und unter Einführung der dem Innendruck entsprechenden Konstanten in Betracht. Sie sollen, soweit dies von Interesse ist, noch einer kurzen Betrachtung unterzogen werden.

Zu diesem Zwecke werde der Einfluß des hydrostatischen Innendruckes für sich allein herausgeschält, was mit $\gamma' = 0$; $k = 1$ zu erreichen ist. Wird überdies das Glied mit $\sin \varphi$, als für die interessierenden Gesichtspunkte belanglos, beiseite gelassen, so verbleibt für die Tangentialspannung:

$$\sigma'_t = +\gamma^* H^* \cdot \left\{ \frac{1+p}{1-p^*/e} - 1 \right\}; \quad (89)$$

mit
$$e = 1 + \frac{2(v-1)}{\nu(G'/G-1)}; \quad p^* = \left(\frac{\rho_i}{\rho_m} \right)^2.$$

Untersucht man ihr Verhalten bei wechselnden Wandstärken des Gewölbes, d. h. bei veränderlichen Werten von p^* , so fällt durch den Bau des Nenners sofort auf, daß es je nach den Elastizitätsverhältnissen verschiedener Natur sein kann, da e ein positives oder negatives Vorzeichen zukommt, je nachdem $G' \cong G$ ist. Ganz entsprechend zeigt damit σ'_t , als Folge einer Verstärkung der Gewölbewandung, einen abnehmenden, konstanten oder gar zunehmenden Wert. Ihre Größe selbst läßt sich unschwer ermitteln, wenn beachtet wird, daß für $G' \cong G$ die

$$> + 1$$

Größe $e = \pm \infty$ ist, womit die Tangentialspannung zu $\sigma'_t \cong p \cdot \gamma^* H^*$

$$< - 0$$

angeschrieben werden kann; das hat nichts anderes zu bedeuten, als daß das Gewölbe mit zunehmender Steifigkeit einer Vergrößerung seiner Beanspruchung ausgesetzt ist.

Es darf daher erwartet werden, daß das Anwachsen dieser Tangentialspannung der das Gewölbe stützenden Gesteinshülle zugute kommen, diese daher unter analogen Umständen eine Entlastung erfahren werde. Darüber gibt der Ausdruck der Radialspannung $(\sigma'_r)_{r=q_m}$ Aufschluß:

$$(\sigma'_r)_{q_m} = -\gamma^* H^* \cdot \left\{ 1 - \frac{1-p^*}{1-p^*/e} \right\}. \quad (90)$$

Eine der obigen analoge Betrachtung dieser Größe bestätigt, daß für $G' \cong G$ die Radialspannung $\sigma'_r \cong -p^* \cdot \gamma^* H^*$ wird, eine Vergrößerung des äußeren Gewölbehalmessers also tatsächlich imstande ist, die Druckübertragung stets bis zur vollkommenen Entlastung des Felsens zu ermäßigen.

Kurz gesagt, bringen steife Gewölbe dem Felsen eine Entlastung, zeigen aber selbst relativ hohe Beanspruchungen. Durch eine Vergrößerung der Wandstärke kann jene gesteigert, diese etwas vermindert werden. Eine beträchtliche Spannungsverminderung im Gewölbe ist aber deshalb nicht zu erzielen, weil der zunehmenden Wandstärke eine vermehrte Kraftaufnahme parallel geht.

Im Gegensatz dazu ziehen nachgiebige Gewölbe den Felsen ausgiebig zur eigenen Entlastung herbei. Ihre Beanspruchung bleibt demzufolge relativ gering. Durch Vergrößerung ihrer Wandstärke kommt dem Felsen mehr und mehr die gesamte innere Belastung zu, und die Spannungen in der Auskleidung treten Hand in Hand damit zurück.

Ein gut dichtendes Gewölbe, gleichzeitig der Entlastung dienend, sollte mehr oder weniger steif, von mittlerer Stärke sein und über höhere Zugfestigkeiten verfügen. Eine Dichtungshaut, deren Hauptaufgabe in der Dichthaltung der Stollenwandung selbst liegt, wird dagegen zweckmäßig aus möglichst nachgiebigem Material und in möglichst geringer Stärke zu halten sein, wenn unnötige Beanspruchungen vermieden werden sollen. Von diesem Standpunkte aus erscheint beispielsweise die Einlage eines statisch aktiven Eisenrohres dort, wo der Fels für den inneren Überdruck voll aufnahmefähig wäre, durchaus nicht als ideale Lösung. Unter anderen Umständen, die eine sichere Dichtung absolut notwendig machen (Anhydrit) und zudem eine Entlastung wünschbar oder unumgänglich erscheinen lassen, kann dagegen die genannte Auskleidung mit Recht erwogen werden.

Von den bisher vorgebrachten und dem Verfasser bekannt gewordenen Vorschlägen, die in oder außer Verbindung mit einem den äußeren Druck abschirmenden Tunnelgewölbe ausgeführt werden können, lassen sich zur Reihe der entlastenden Auskleidungen zählen:

1. das doppelt armierte Betongewölbe¹⁰⁴,
2. der dünne armierte Gunitring¹⁰⁴,
3. das satt anliegende Eisenrohr¹⁰⁴,
4. das gewöhnliche Stampfbetongewölbe in nachgiebigen Gesteinsarten¹⁰⁴.

In ihrer Wirkung jedoch mehr einer ganz oder nahezu unbelasteten Dichtungshaut entsprechend verhalten sich die folgenden Konstruktionsmöglichkeiten:

1. Das geschlossene Stampfbetongewölbe in widerstandsfähigen Gesteinen¹⁾.

¹⁾ L. 103 u. L. 104.

2. Das Stampfbetongewölbe mit gezahnten oder geraden Fugen, dessen Dichtung in den Trennungsf lächen durch Metallstreifen in verschiedenster Anordnung gesichert wird¹⁰³.

3. Die spannungslose eiserne Panzerung mit gewelltem Blech¹⁾.

4. Mit bituminösen Anstrichen versehene oder nach dem Schoop-schen Verfahren metallisierte abgleichende Betonauswölbungen¹⁰⁰.

5. Die innere Auskleidung in Holz¹⁰³, die sich zwar nach den ersten Probeversuchen in Österreich nicht bewährt haben soll.

Es erübrigt sich hier, auf die Vorteile und Nachteile der verschiedenen Auskleidungsformen einzutreten. Solche sind ganz davon abhängig, ob die Dichtung, die Entlastung des Gebirges, der Einfluß des Gebirgsdruckes und damit zusammenhängender Benachteiligungen oder die Wirtschaftlichkeit der Anlage gebietend im Vordergrunde stehen, oder ob denselben insgesamt, von Fall zu Fall dem einen oder anderen überwiegend, Rechnung zu tragen ist. Es genügt, wenn in dieser Hinsicht die maßgebenden Richtlinien berührt worden sind.

Ist nun schließlich die Stollenauskleidung differenzierter, indem sie aus Gewölbe und innerem Verputzring besteht (Abb. 30c), welch letzterem die eigentliche Funktion der Dichtung und Entlastung überbunden wurde, so ermitteln sich ihre Beanspruchungen infolge eines inneren Überdruckes allein aus den erweiterten Grenzbedingungen

$$\begin{aligned} r = q_i &: \sigma_r'' = -\gamma^* H^* + \gamma^* q_i \sin \varphi; & \tau_{rt}'' &= 0. \\ r = Q_m &: \sigma_r'' = \sigma_r'; & \tau_{rt}'' &= \tau_{rt}'; \quad \Delta r'' = \Delta r' \\ r = Q_a &: \sigma_r' = \sigma_r; & \tau_{rt}' &= \tau_{rt}'; \quad \Delta r' = \Delta r - (\Delta^0 r + \Delta^1 r), \end{aligned} \quad (91)$$

welche eben ausreichen, um die nach (28) erfolgten Ansätze mit $a_0'', b_0'', c_1'', \gamma_1'', a_0', b_0', c_1', \gamma_1'$, nebst den restlichen Konstanten des Gebirges a_0, c_1, γ_1 , zu bestimmen. Ihre algebraische Bewertung findet sich im Anhang wiedergegeben.

Etwas grundsätzlich Neues bringt die Einführung dieses Verputzringes für die Lösung des Problems nicht. Die beiden Gewölberinge teilen sich, je nach dem Verhältnis und den Werten ihrer Steifigkeit, in einen größeren oder kleineren Anteil der inneren Belastung, was gegenüber der einfachen Auswölbung durchgehends geringere Beanspruchungen nach sich zieht. Man gelangt auf diese Weise zu einer statisch wirksamen Dichtungshaut, an deren Zugfestigkeit bescheidenere Anforderungen gestellt werden.

Für die Beurteilung der bis dahin ermittelten Gewölbespannungen bleibt es sich nicht gleichgültig, ob die notwendige Entfaltung des passiven Widerstandes in der Gesteinshülle nur von elastischen oder auch von plastischen Deformationen begleitet wird. Die Amsteger Ver-

¹⁾ L. 101 u. L. 103.

suche haben mit Bestimmtheit erwiesen, daß solche der letzteren Art je nach der Felskonstitution für die Totalverformungen in größerem oder kleinerem Ausmaß mitverantwortlich sind, und namentlich bei gebräuchlichen Gesteinsarten einen ganz beträchtlichen Anteil (bis ca. 50%) für sich beanspruchen können. Als Ursache dieser plastischen Nachgiebigkeit erwähnt der Bericht der Druckstollenkommission „die Rissigkeit des Gesteins in der sog. ‚Arbeitszone‘, eine unvollkommene Auflagerung des Betons und das nicht rein elastische Verhalten des kompakten Gesteines selbst“.

Von Anbeginn des Druckstollenbaues galt es als unbedingtes Erfordernis, die Auswölbung in innigsten Kontakt mit dem dahinterliegenden Gebirge zu bringen; auch heute noch wird diesem Grundsatz mit Recht so weit wie möglich nachgelebt. Es kann daher für wahrscheinlich gelten, daß vor Inbetriebnahme des Stollens die Adhäsion zum mindesten genügend sei, um der Eigenlast des Wölbmaterials Widerstand zu bieten. Das Gewölbe untersteht dann einem Spannungszustande, wie er in den obenstehenden Entwicklungen mit eingeschlossen ist.

Bei der ersten Druckaufgabe gehen elastische und plastische Deformationen Hand in Hand und die zahlenmäßige Auswertung hätte sich auf einen Elastizitätsmodul entsprechend der Gesamtheit der Formänderungen zu stützen. Eine nachfolgende Entlastung wird jedoch verschiedene Zustände im Gefolge haben, je nachdem die Haftspannung zur Zurückhaltung des Gewölbes genügt oder nicht.

Wird die Haftspannung nicht überwunden, so gerät der Wölbungs-zylinder nach Maßgabe der plastischen Dehnung $\Delta^P d$ in einen durch äußere Zugkräfte verschuldeten Spannungszustand, welcher sich in der Folge allen Betriebsdruckeinflüssen überlagert.

Genügt aber die Haftfestigkeit nicht, um den genannten Spannungszustand zu verwirklichen, so löst sich das Gewölbe von der Gesteinshülle los und sein Eigengewicht kommt zufolge punktueller Stützung zu etwas ungünstigerer Wirkung. Eine nachfolgende Druckaufgabe dehnt das Gewölbe um das Maß der plastischen Verformung frei aus und läßt es erst hierauf die Stützung des Felsens wieder gewinnen. Sein Spannungszustand entspricht bis dahin demjenigen eines frei dehnbaren von innen gedrückten Rohres und läßt sich, wie auch der obige, mit Hilfe bekannter Formeln leicht auswerten¹⁾.

Die Vermutung liegt nahe, daß die üblich gewordenen Niederdruck- und Hochdruck-Zementmörtel-Injektionen hinter das Stollengewölbe nicht nur die beim Betonieren verbliebenen Hohlräume füllen, die Haftung zwischen Beton und Felsen verbessern und das Gebirge in der Arbeitszone festigen werden, sondern daß damit

¹⁾ L. 40 und 42.

auch eine Verringerung der Gebirgsplastizität zu erzielen sei. Wie aus den bisherigen Darlegungen verständlich ist, sollten diese Hinterspritzungen besonders in der Decken- und Sohlengegend mit besonderer Sorgfalt durchgeführt werden, wodurch offenbar mancher zufälligen Überbeanspruchung des Konstruktionsmaterials nach Kräften gesteuert wird.

c) Anhang zu §§ 7 und 8.

Elementar- und Konstantenwerte.

a) Elementarwerte.	Gebirge	I. Auswölbung	II. Auswölbung	Betriebsmittel
Spezifische Gewichte . . .	γ	γ'	γ''	γ^*
Elastizitätsgrößen	μ, E	ν, E'	λ, E''	—
Überlagerungs- oder Spiegelhöhe	H	—	—	H^*

Radialen: ρ_i = Innenradius. ρ_m = Außenradius des innersten Gewölbes. ρ_a = Außenradius des äußeren Gewölbes oder der interessierenden Gebirgszone. ρ = Innenradius des unausgewölbten Hohlraumes.

Grenzkoeffizienten: s, s^*, k ; gleich Null bei vollkommener Behinderung der Dehnungen; gleich Eins bei vollkommen freier Entfaltungsmöglichkeit.

b) Beziehungen unter den Elementarwerten und deren Abkürzungen.

$$\varepsilon = \frac{\nu E'}{\mu E}, \quad \varepsilon' = \frac{\lambda E''}{\nu E'};$$

$$\sigma_1 = \frac{\gamma}{2} \left\{ 1 + \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \right\}; \quad \sigma_2 = \frac{\gamma}{2} \left\{ 1 - \frac{1-s^*}{s+\mu-1} \right\}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \gamma, \quad \left\{ m\gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right\}_{s=s^*=0} = 0, \quad \sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{s+\mu-s^*}{s+\mu-2+s^*}$$

$$\mu_n = \frac{1}{\mu} \{ (\mu+1)(\mu-n) + ns \}_{n=0,1,2,\dots} \quad \text{speziell} \quad \mu_0 = (\mu+1)$$

$$\mu_{n/m} = \frac{1}{\mu} \{ (\mu+1)(m\mu-n) + ns \}_{n=0,1,2,\dots; m=0,1,2,\dots} \quad \text{analog} \quad \begin{matrix} \nu_n \text{ und } \nu_{n/m}, \\ \lambda_n \text{ und } \lambda_{n/m}. \end{matrix}$$

$$\mu_{(n+m)} = \mu_n - m \frac{\mu+1-s}{\mu}, \quad \text{oder mit } n=0: \mu_m = \mu_0 - m \frac{\mu+1-s}{\mu}$$

$\mu_{n/m} = \mu_{a \times b/m} = a \cdot \mu_b + (m-a) \mu_0$, wobei $n = a \times b$ in alle möglichen ganzzahligen Faktoren zerlegt werden kann.

$$m = -\frac{\mu_2}{4\mu_1}; \quad n = -\frac{\nu_2}{4\nu_1}; \quad l = -\frac{\lambda_2}{4\lambda_1}$$

s und s^* sind von der Lage des betrachteten Stollens und Stollenschnittes abhängig; k bleibt bezeichnend für die Einführung oder Ausschaltung des Deformationsdruckes. γ^* ist das spezifische Gewicht des den Tunnel oder Stollen erfüllenden Fluidums und kann für Luft gleich Null gesetzt werden. Bei Luftschächten ist gegebenenfalls $\gamma^* H^*$ zu berücksichtigen. Charakteristisch sind die Kombinationen:

$k = 0$; $\gamma^* = 0$ für den ausgewölbten Tunnel unter Deformationsdruck.

$k = 1$; $\gamma^* = 1 \text{ t/m}^3$ für den ausgewölbten Druckstollen unter Innendruck.

c) Konstantenwerte. Ungekürzt gelten die nachstehenden Konstantenwerte für den ausgekleideten Druckstollen, bzw. mit $\gamma^* = 0$ für den ausgewölbten Tunnelhohlraum. Mit $k = 1$; $\mu = \nu$; $E = E'$; also $\varepsilon = 1$ und $\varrho_i = \varrho_m = \varrho$ oder $p^* = 1$ und $m = n$, gehen sie in diejenigen des un ausgewölbten Druckstollens über. Wird überdies $\gamma^* = 0$ gesetzt, dann resultieren jene des un ausgewölbten druckfreien Hohlraumes. Zweckmäßig wird $p^* = \left(\frac{\varrho_i}{\varrho_m}\right)^2$ eingeführt, womit folgen:

I. Einfach gewölbter Hohlraum.

Gewölbe:

$$\alpha'_0 = \varrho_i^2 \cdot \frac{\varepsilon \mu_0 \{ \sigma_1 H (1 - k) - \gamma^* H^* \} - \nu_2 \gamma^* H^*}{(\varepsilon \mu_0 + \nu_2) - p^* (\varepsilon \mu_0 - \nu_0)}$$

$$\beta'_2 = \varrho_i^2 \cdot \frac{\sigma_2 H \varepsilon (4 \mu_1 - \mu_0)}{N_1} (1 - k)$$

$$\delta'_3 = -\varrho_i^4 \cdot \frac{\sigma_2 \varepsilon (4 \mu_1 - \mu_0)}{4 N_2} (1 - k)$$

mit

$$N_1 = (1 - p^*) \{ 4 \varepsilon \mu_1 - (\varepsilon \mu_0 - \nu_0) (1 + p^*) \} + 4 \nu_1 p^*$$

und

$$N_2 = (1 - p^*) \{ 4 \varepsilon \mu_1 (1 + p^*) - (\varepsilon \mu_0 - \nu_0) (1 + p^* + 2 p^{*2}) \} + 4 \nu_1 p^{*2}$$

Deren Beziehungen mit den übrigen Konstanten:

$$2 b'_0 = -\left\{ \gamma^* H^* + \frac{\alpha'_0}{\varrho_i^2} \right\}; \quad c'_1 = -(\gamma' - \gamma^*) \varrho_i^2; \quad 2 \gamma'_1 = \{ \gamma' - n (\gamma' - \gamma^*) \} \varrho_i^4$$

$$A' = -\varepsilon (\mu_1 + m \mu_2) (c_1 + k \gamma \varrho_m^2) \lg H' / \varrho_m + \frac{1}{\varrho_m^2} (\varepsilon \mu_0 \gamma_1 - \nu_0 \gamma'_1)$$

$$+ \varrho_m^2 \left\{ \frac{\varepsilon \mu_0}{2} k \left(m \gamma + \frac{\sigma_2}{2} \right) - \gamma' \nu_3 \right\} - (\nu_1 + n \nu_2) c'_1 \cdot \lg \varrho_m$$

$$\alpha'_2 = -\frac{1}{2 \varrho_i^2} \cdot \beta'_2; \quad \alpha'_3 = -\frac{\varrho_i^2}{2} \cdot \beta'_2; \quad c'_3 = -\frac{\delta'_3}{3 \varrho_i^4}; \quad \gamma'_3 = -\frac{2}{3} \varrho_i^2 \cdot \delta'_3.$$

Gebirge:

$$a_0 = (\sigma_1 H - \gamma^* H^*) \frac{\varrho_m^2}{p^*} + \left(1 - \frac{1}{p^*}\right) a'_0;$$

$$c_1 = -\varrho_m^2 \{(\gamma - \gamma') + (\gamma' - \gamma^*) p^*\}$$

$$2\gamma_1 = \varrho_m^2 \left\{ m c_1 - n c'_1 - \varrho_m^2 \left(\gamma' + \frac{\sigma_2}{2} \right) \right\} + \gamma'_1;$$

$$\beta_2 = \left(1 - \frac{1}{p^*}\right) \beta'_2 + \sigma_2 H \varrho_m^2$$

$$2\alpha_2 = \varrho_m^2 \left\{ (1 - p^*) \left(1 + \frac{1}{p^*}\right) \beta'_2 - \sigma_2 H \varrho_m^2 \right\};$$

$$\delta_3 = \left(1 - \frac{1}{p^{*2}}\right) \delta'_3 - \frac{\sigma_2}{4} \varrho_m^4$$

$$3\gamma_3 = \varrho_m^2 \left[2(1 - p^*) \left\{ 1 + \frac{1}{p^{*2}} (1 + p^*) \right\} \delta'_3 + \frac{\sigma_2}{2} \varrho_m^4 \right]$$

II. Doppelt gewölbter Hohlraum unter ungleichförmigem innerem Überdruck $p = -\gamma^* H^* + \gamma^* r \cdot \sin \varphi$, ($k = 1$), und mit Berücksichtigung der Gewölbeeigenlasten (γ' und γ'').

$$N_{a'_0} = \{(\varrho_m^2 - \varrho_i^2) \varepsilon' \nu_0 + (\lambda_2 \varrho_m^2 + \lambda_0 \varrho_i^2)\} \{(\varepsilon \mu_0 + \nu_2) \varrho_a^2 - (\varepsilon \mu_0 - \nu_0) \varrho_m^2\} \\ + 2\nu_1 \varepsilon' \varrho_m^2 (\varrho_m^2 - \varrho_i^2) (\varepsilon \mu_0 - \nu_0)$$

$$a'_0 = -2 \cdot \frac{\varrho_a^2 \varrho_m^2 \varrho_i^2 \lambda_1 (\varepsilon \mu_0 + \nu_2)}{N_{a'_0}} \cdot \gamma^* H^*; \quad b'_0 = -\frac{(\varepsilon \mu_0 - \nu_0)}{2\varrho_a^2 (\varepsilon \mu_0 + \nu_2)} \cdot a'_0$$

$$b''_0 = \frac{\varrho_m^2}{2(\varepsilon \mu_0 + \nu_2) \varrho_a^2 (\varrho_m^2 - \varrho_i^2)} \left\{ (\varepsilon \mu_0 - \nu_0) \left(\frac{\varrho_a^2}{\varrho_m^2} - 1 \right) + 2\nu_1 \cdot \frac{\varrho_a^2}{\varrho_m^2} \right\} a'_0 \\ + \frac{\gamma^* H^* \varrho_i^2}{2(\varrho_m^2 - \varrho_i^2)}$$

$$a''_0 = -(2b''_0 + \gamma^* H^*) \varrho_i^2; \quad a_0 = \frac{2\nu_1}{(\varepsilon \mu_0 + \nu_2)} \cdot a'_0 + \sigma_1 H \cdot \varrho_a^2$$

$$c''_1 = -(\gamma'' - \gamma^*) \varrho_i^2; \quad \gamma''_1 = \frac{\varrho_i^2}{2} \{l c''_1 + \gamma'' \varrho_i^2\};$$

$$c'_1 = -(\gamma' - \gamma'') \varrho_m^2 + c''_1$$

$$\gamma'_1 = \frac{\varrho_m^2}{2} \{n c'_1 - l c''_1 - (\gamma'' - \gamma') \varrho_m^2\} + \gamma''_1; \quad c_1 = -(\gamma - \gamma') \varrho_a^2 + c'_1$$

$$\gamma_1 = \frac{\varrho_a^2}{2} \left\{ m c_1 - n c'_1 - \left(\gamma' + \frac{\sigma_2}{2} \right) \varrho_a^2 \right\} + \gamma'_1.$$

III. Durchmessererschiebungen unter innerem Überdruck ($k = 1$)

a) Hohlraum unausgekleidet: $(\mu E \Delta d)_\varrho = (\mu + 1) \cdot \gamma^* H^* \cdot d$

b) Hohlraum ausgekleidet: $(\nu E' \Delta d')_{e_i} = \gamma^* H^* \cdot \left\{ \frac{2\nu_1}{N} - \nu_2 \right\} d;$

$$N = 1 - p^* \cdot \frac{\varepsilon \mu_0 - \nu_0}{\varepsilon \mu_0 + \nu_2}$$

c) „ mit Doppelgewölbe: $(\lambda E'' \Delta d'')_{e_i} = \{4\lambda_1 b_0'' + \lambda_0 \gamma^* H^*\} d.$

§ 9. Thermische und verwandte Wirkungen.

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich ausschließlich auf die Wirkungen statischer Lastensysteme, welche einesteils durch Massenkraft, andernteils durch äußere Belastungen verkörpert wurden. Damit ist aber die Zahl der Spannungszustände, der die Gebirgshülle sowohl als auch die massiven Einbauten unterstellt sind, nicht erschöpft. Ergänzend gesellen sich ihnen noch Spannungen bei, welche ihre Entstehung vorzüglich thermischen Einflüssen zu verdanken haben und daher als Eigenspannungen im weiteren Sinne anzusprechen sind.

Doch soll hier keineswegs auf etwa vorhandene rein- oder thermisch-tektonische Restspannungen eingetreten werden, deren Vorhandensein und wahrscheinliche Existenzform schon einleitend eine Andeutung erfahren hat. Ihre Behandlung dürfte unüberwindlichen Schwierigkeiten begegnen, was weiter nicht von Nachteil ist, da ihnen innerhalb der Spannungssumme — von lokalen Abweichungen abgesehen — doch nur untergeordnete Bedeutung zukommt. Die folgenden Ausführungen beschränken sich daher auf die durch den Bau und Betrieb bedingten thermischen Einwirkungen, wie sie sich in Gebirge und Ausmauerung geltend machen; des weiteren auf die mit ihnen nach den Deformationsverhältnissen eng verwandten Schwindspannungen.

a) Wärmeverhältnisse.

Tunnel- und Stollenbauten finden sich fast ausschließlich in Tiefenlagen unter der Erdoberfläche ($> 20-30$ m), wo sich die jährlichen Schwankungen der Oberflächentemperatur nur noch in einer praktisch bedeutungslosen Amplitude äußern. Mit Ausnahme verhältnismäßig kleiner Strecken (Stollenmund) wird daher das den Tunnel oder Stollen umlagernde Gestein im unerschlossenen Zustande über größere Strecken eine konstante Temperatur T_G aufweisen. Diese ist auf Grund der heute zur Verfügung stehenden physikalischen und geologischen Unterlagen, selbst für erhebliche Tiefen, mit großer Sicherheit vorauszubestimmen¹⁾.

Unterhalb der Grenzschrift veränderlicher und unveränderlicher Jahrestemperatur findet sich ein in lotrechter Richtung gehendes Tem-

¹⁾ Vgl. L. 28 und Literaturangaben, auch L. 103.

peraturgefälle, welches gewöhnlich durch die geothermische Tiefenstufe zahlenmäßig festgelegt wird. Es untersteht jedoch der Beeinflussung einer Anzahl von Faktoren (Wasseradern, Schichtung usw.), welche ihm vielerorts den Charakter einer einfachen mathematischen Beziehung nehmen. Sein Einfluß auf die hier interessierenden Gewölbebeanspruchungen ist jedoch vollkommen belanglos; es wird daher in der Folge auch außer acht gelassen werden.

Unter der Herrschaft dieses normalen Wärmegefälles darf das Gestein wohl praktisch in den meisten Fällen als von Temperaturspannungen frei angesehen werden. Schon der Beginn des Vortriebes hat durch die erforderliche künstliche Ventilation eine Abkühlung der Stollenwandungen zur Folge, da die eingeführte Außenluft in der Regel eine niedrigere Temperatur aufzuweisen hat, als wie sie dem neu erschlossenen Felsen zu eigen ist. Die damit verbundene Temperaturerniedrigung muß aber unzweifelhaft eine — wenn auch unbedeutende — Veränderung in den bestehenden Spannungsverhältnissen nach sich ziehen.

Wird dazu die Stollenbaute zum Zwecke der Wasserführung mit oder ohne Überdruck erstellt, so müssen die äußeren Temperaturverhältnisse noch fühlbarer nach dem Berginnern getragen werden. Während der Wintermonate, in welchen sich die Temperatur des Betriebswassers bis in die Nähe des Gefrierpunktes erniedrigt, können namhafte Spannungen in Mauerwerk und Gebirge wachgerufen werden.

Die Festlegung dieser Spannungsgrößen hängt wesentlich davon ab, wie sich die Temperaturverteilung nach dem Gebirge hin durch den besagten Wärmeentzug gestaltet. Diese Einstellung ist in erster Linie von den physikalischen Eigenschaften, im speziellen von der spezifischen Leitfähigkeit k und der spezifischen Wärme c der in Mitteleidenschaft gezogenen Materialien abhängig. Die Wärmeleitfähigkeit der Gesteine weist eine außerordentliche Verschiedenheit auf und schwankt nach verschiedenen Angaben etwa zwischen $k = 0,15$ — $11,0$ kcal/m St $^{\circ}\text{C}^1$).

Diese Unterschiede rühren nicht allein von der heterogenen Zusammensetzung der Gesteine, sondern auch zu einem guten Teile von deren Feuchtigkeitsgehalt her. Wassergesättigte Gesteine vermögen bis etwa zum Zehnfachen des Wertes ihrer Leitfähigkeit in trockenem Zustande aufzuweisen. Natürlich beeinflussen sowohl Struktur als auch Textur eines Gesteines dessen Leitfähigkeit; eine besondere Begünstigung zeigen die verschiedenen Schieferarten in den Richtungen der Schieferungsebene. Als Mittelwert für trockene Gesteine, welcher wahrscheinlich Laboratoriumsversuchen entstammt und für die die Versuchs-

¹⁾ Vgl. Hütte, Bd. I, L. 37, L. 38, L. 103.

körper vermutlich einer künstlichen Trocknung unterworfen wurden, gilt nach Rinne³⁸ unter Beibehaltung obiger Dimensionen etwa $k = 1,8$. Für Gesteine unter natürlichen Bedingungen wird sich dieser Wert jedoch schätzungsweise auf mindestens $k_F = 2,50 - 4,0$ erhöhen. Dem Beton dürfte etwa eine Leitfähigkeit von $k_B = 0,5 - 0,8$ zugesprochen werden¹⁾.

Die spezifischen Wärmen der Gesteine bewegen sich in kcal/kg °C etwa zwischen $c_F = 0,20 - 0,25$ und dürften im Mittel etwa 0,21 betragen²⁾. Diejenige des Betons liegt etwa bei $c_B = 0,27$ ³⁾. Die Quellen entbehren der Angabe, ob es sich um trockene oder feuchte Gesteine handelt. Auch hier könnten daher unter Umständen höhere Werte zuständig sein. Für die spätere Verwendung ist es bequemer, die spezifische Wärme auf die Raumeinheit zu beziehen, was durch Multiplikation obiger Werte mit dem spezifischen Gewicht γ in kg/m³ leicht möglich ist.

Nicht minder wichtig ist für die in Verkleidung und Gebirge zur Wirkung kommende Temperaturkurve die Art der Einwirkung oberflächlicher Wärmeunterschiede. In dieser Beziehung zeigen die Bauwerke eine grundsätzliche Verschiedenheit bei Inbetriebsetzung oder Dauerbetrieb. Erstere ist gekennzeichnet durch plötzlich auftretende Temperatursprünge, letztere durch eine stetig und langsam sich ändernde jährliche Wärmeperiode.

b) Sprunghafte Temperaturänderungen.

Sprunghafte Temperaturänderungen machen sich bei der Inbetriebnahme von Bauwerken bemerkbar, welche zur Fortleitung eines flüssigen oder gasförmigen und Temperaturwechseln unterworfenen Betriebsmittels dienen. Der hierbei am Stollenumfang momentan wirkende Temperaturunterschied sucht sich so rasch wie möglich nach dem Gebirgsinnern hin auszugleichen. Die Temperaturkurve durchläuft damit eine mit der Zeit ständig wechselnde Reihe von stationären Wärmegefällen, welche nach und nach in größere Tiefen vorgreifen. Die Stelle, an welcher diese Störung bei konstant gehaltener Innentemperatur zum Ausgleich kommt, indem gerade die nach dem Stolleninnern hin abfließende Wärmemenge aus der weiteren Umgebung der Stollenröhre stets neu zugeführt wird, bleibt wohl meist unbekannt, ist zunächst aber auch gar nicht von Belang.

Zur Feststellung der bei Inbetriebsetzung geweckten Spannungsmaxima würde die Verfolgung des Wärmewechsels in einem einheitlichen Material vollkommen ausreichend sein. Da jedoch die dem

¹⁾ Hütte I, L. 103.

²⁾ Hütte I und L. 38.

³⁾ Hütte I.

Dauerbetrieb entsprechenden Verhältnisse zum Teil hierher zurückführen, beziehen sich die folgenden Untersuchungen bereits allgemein auf eine ausgekleidete Stollenbaute.

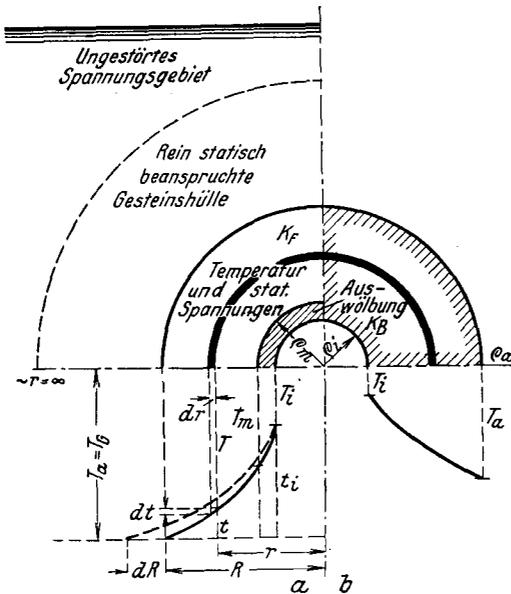


Abb. 31. Zur Ermittlung des stationären Wärmegefälles in Gebirge und Auskleidung.

Das zeitlich veränderliche Wärmegefälle ($T_a - T_i$) habe sich so weit herausgebildet, daß es eben im Begriffe sei, den vorderhand beliebigen Radius R zu erreichen (Abb. 31 b); dann läßt sich die Gefällskurve auf Grund der Fourierschen Theorie der Wärmeleitung¹⁾ in einfacher Weise berechnen. Bezeichnet im folgenden T die auf den Gefrierpunkt bezogene Temperatur, so beträgt die bei stationärem Wärmefluß durch die

Fläche F tretende konstante Wärmemenge:

$$Q = k \cdot F \cdot \frac{dT}{dr} = k \cdot 2\pi r \cdot \frac{dT}{dr}, \quad (92)$$

sofern ein kreisförmiger Hohlzylinder vom Radius r und der Länge der Maßeinheit in Betracht gezogen wird. Die Integration dieser Gleichung führt zu der gewünschten Beziehung:

$$T = a_1 \lg r + a_2 = \frac{Q}{2\pi k} \cdot \lg r + a_2, \quad (93)$$

welche sich in ihren Konstanten a_1 und a_2 den Temperaturen T_a und T_i des äußeren und inneren Zylindermantels anzupassen vermag. Damit bestimmen sich allgemein

$$a_1 = \frac{Q}{2\pi k} = \frac{T_a - T_i}{\lg q_a/q_i}; \quad a_2 = \frac{T_i \cdot \lg q_a - T_a \cdot \lg q_i}{\lg q_a/q_i}. \quad (93a)$$

Besteht nun das vom Wärmestrom Q durchflossene System aus zwei Hohlzylindern ungleicher Leitfähigkeit k_B und k_F (Abb. 31a), so ergibt die zweimalige Spezifikation obiger Beziehung (93a) für Q , nach

¹⁾ L. 45, IV.

Gleichsetzung der die beiden Medien durchfließenden Wärmemengen Q_B und Q_F , die Temperatur T_m an deren Grenze zu

$$T_m = \frac{T_i \cdot k_B \cdot \lg R / \varrho_m + T_a \cdot k_F \cdot \lg \varrho_m / \varrho_i}{k_B \cdot \lg R / \varrho_m + k_F \cdot \lg \varrho_m / \varrho_i}, \quad (94)$$

und die gleichzeitig abgehende Wärmemenge in Abhängigkeit derselben Grenztemperaturen:

$$Q_{B,F} = \frac{2\pi (T_a - T_i)}{1/k_B \cdot \lg \varrho_m / \varrho_i + 1/k_F \cdot \lg R / \varrho_m}. \quad (95)$$

Auf Grund der Zwischentemperatur (94) ermitteln sich nach (93) und (93a) die Temperaturverhältnisse in den beiden Medien

$$\varrho_i \leq r \leq \varrho_m: T_B = T_i + (T_a - T_i) \frac{\lg r / \varrho_i}{k \cdot \lg R / \varrho_m + \lg \varrho_m / \varrho_i}; \quad (96)$$

$$\varrho_m \leq r \leq R: T_F = T_a - (T_a - T_i) \frac{k \cdot \lg R / r}{k \cdot \lg R / \varrho_m + \lg \varrho_m / \varrho_i};$$

$$k = k_B / k_F.$$

In allen diesen Ausdrücken bleibt R eine von der Einwirkungsdauer der Temperatur T_i abhängige Unbekannte. Sie ist unter der Annahme, daß dem Material ohne neuen Wärmezufuß nur seine Eigenwärme entzogen werde, der Berechnung zugänglich. Dazu sei der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß sich vor der Temperaturänderung auch das Mauerwerk gleichmäßig auf der Gebirgstemperatur T_G befunden habe und die Ausbildung des Wärmegefälles durchgehends von diesem Niveau aus geschah. Dann belaufen sich die eintretenden Temperaturverluste unter Festhaltung von R auf die Beträge

($T_G - T_B$) für das Mauerwerk und

($T_G - T_F$) für den Felsen,

— die ausführlich unmittelbar aus den Gleichungen (96) hervorgehen, wenn dort die Größe T_a durch die Gebirgstemperatur T_G ersetzt wird — bzw. die elementaren Wärmeverlustmengen auf

$$\varrho_i \leq r \leq \varrho_m: dQ_{V_1} = 2\pi c_B \cdot (T_G - T_B) r \cdot dr$$

$$\varrho_m \leq r \leq R: dQ_{V_2} = 2\pi c_F \cdot (T_G - T_F) r \cdot dr.$$

Die bei Erreichung des Radius R total abgeführte Wärmemenge beträgt sonach:

$$Q_V = \int_{\varrho_i}^{\varrho_m} dQ_{V_1} + \int_{\varrho_m}^R dQ_{V_2} = \pi c_B (T_G - T_i) \left[\varrho_m^2 - \varrho_i^2 + \frac{(\varrho_m^2 - \varrho_i^2) - 2\varrho_m^2 \cdot \lg \varrho_m / \varrho_i}{2 \{ \lg \varrho_m / \varrho_i + k \cdot \lg R / \varrho_m \}} \right] + \pi c_F (T_G - T_i) \cdot \frac{R^2 - \varrho_m^2 - 2 \cdot \varrho_m^2 \lg R / \varrho_m}{2 \{ \lg R / \varrho_m + 1/k \cdot \lg \varrho_m / \varrho_i \}}. \quad (97)$$

Nun hat eine Vergrößerung von R auf $(R + dR)$ einen weiteren elementaren Wärmeentzug $dQ_V' = \frac{dQ_V}{dR} \cdot dR$ zur Folge, welcher dem — auf Grund des augenblicklich bestehenden, durch die Leitfähigkeiten k_B und k_F bestimmten stationären Gefälles — in der Zeit $d\tau$ möglichen Wärmeflusse gleich sein muß. Dieser beträgt aber nach (95)

$$dQ_L = \frac{2\pi(T_G - T_i)}{1/k_B \cdot \lg \varrho_m/\varrho_i + 1/k_F \cdot \lg R/\varrho_m} \cdot d\tau = q_L \cdot d\tau. \quad (97a)$$

Aus der Gleichsetzung beider Größen resultiert die Differentialgleichung:

$$\frac{dQ_V}{dR} \cdot dR = q_L \cdot d\tau, \quad (98)$$

welche die Zeit τ ohne weiteres zu bestimmen gestattet. Da die Integration jedoch auf eine Reihenentwicklung hinausläuft, kann nach dem Vorschlag von Prof. Fantoli¹⁰³ die Bestimmung auch mit Hilfe von endlichen Differenzen erfolgen, wodurch

$$\Delta\tau = \frac{Q_V(R + \Delta R) - Q_V(R)}{\frac{1}{2}\{q_L(R + \Delta R) + q_L(R)\}}; \quad \tau = \sum_{\varrho_i}^R \Delta\tau \quad (99)$$

wird. Eine für die Rechnung bequeme Umformung erzielt man durch Einführung der Beziehungen

$$\varrho_m = N \cdot \varrho_i; \quad R = M \cdot \varrho_m = M \cdot N \cdot \varrho_i; \quad k_B/k_F = k; \quad c_B/c_F = c,$$

mit welchen (97)

$$Q_V = \pi(T_G - T_i) \varrho_i^2 \cdot c_B \cdot \left\{ N^2 - 1 + \frac{N^2 - 1 - 2N^2 \lg N + k/c \cdot N^2 \{M^2 - 1 - 2 \lg M\}}{2 \{ \lg N + k \cdot \lg M \}} \right\} \quad (100)$$

und (97a)

$$q_L = \frac{2\pi \cdot (T_G - T_i) \cdot k_B}{\lg N + k \cdot \lg M} \quad (101)$$

geschrieben werden können. Aus ihnen gehen mit $k = 1$, $c = 1$ und $N = 1$ oder $M = 1$ Verhältnisse hervor, wie sie dem Vordringen des Wärmegefälles in einem gleichartigen Material entsprechen würden (Unverkleideter Hohlraum).

Für dieses läßt sich τ auf die einfache Form

$$\tau = \alpha \cdot \frac{c_B}{2 \cdot k_B} \cdot \varrho_i^2 \quad (102)$$

bringen, in welcher α nur einen vom Verhältnis M abhängigen Koeffizienten bedeutet und auf Grund der Gleichungen (99), (100) und (101)

ein für allemal berechnet werden kann (Abb. 32). Außerdem folgen, mit mittleren Werten der physikalischen Größen, für verschiedene Verhältnisse M und N die in derselben Abbildung wiedergegebenen Kurven (τ/ϱ_i^2) , aus welchen ersichtlich wird, daß schon ein relativ schwaches Verkleidungsmauerwerk recht merkliche Verzögerungen der Wärmeverluste im Felsen veranlassen kann. Auf die statische Wirkung dieser Eigenschaft wird weiter unten einzutreten sein.

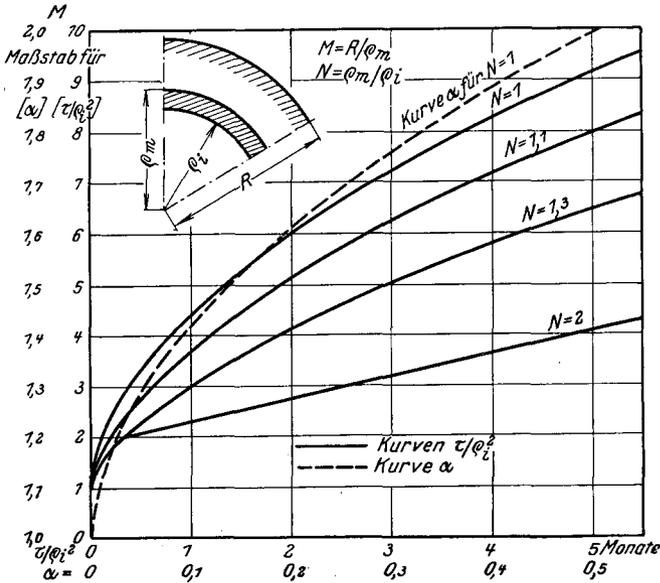


Abb. 32. Vordringen eines stationären Wärmegefälles im Gebirge (R) in Abhängigkeit von der Zeit τ . Den Kurven τ/ϱ_i^2 (Monate/m²) wurden folgende Mittelwerte zugrunde gelegt:

$$\begin{aligned}
 k_B &= 0,65, & k_F &= 2,6 \text{ kgcal/m Std. } ^\circ\text{C} \\
 c_B &= 600, & c_F &= 570 \text{ kgcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}.
 \end{aligned}$$

An dieser Stelle ist es von Interesse, die Versuche von Amsteg vergleichsweise herbeizuziehen. Die Temperaturmessungen, welche vom 19. Januar bis 27. Februar 1922 in der Strecke E^1) vorgenommen wurden, lassen vermuten, daß die Temperaturbeeinflussung des Füllwassers nach etwa zweitägiger Einwirkung auf das Gestein übergriff. Hieraus kann, nach vorgängiger Annahme des weniger schwankenden Wertes von $c_B = 600 \text{ kgcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$, die Wärmeleitfähigkeit k_B berechnet werden. Es beträgt dort $\varrho_m/\varrho_i = 1,43$ oder $\alpha = 0,106$ (Abb. 32), und somit $k_B \approx 1,3 \text{ kgcal/m St } ^\circ\text{C}$. Ähnlich kann, aus den zur Ausbildung des stationären Zustandes bis $R = 3,9 \text{ m}$ weiter benötigten $2\frac{1}{2}$ Tagen, k_F approximativ zu $k_F = 8,5 \text{ kgcal/m St } ^\circ\text{C}$ ermittelt werden.

¹⁾ Im Serizitschiefer; vgl. S. B. Z. 1924, Nr. 1 u. 3.

Nach diesen Zahlen zu urteilen — auch wenn sie nur als Schätzungen zu bewerten sind — müssen die Leitfähigkeiten k_B und k_F der Amsteger Baute bedeutend über den aus der Literatur zu entnehmenden Mittelwerten stehen (vgl. unter a). Dies kann durch eine größere Wassersättigung der beiden Materialien ohne weiteres erklärlich gemacht werden. Eine solche muß, nach den geologischen Aufnahmen zu schließen, in der Strecke E als wahrscheinlich gelten, da die anstoßenden Gebiete stärkere oder schwächere sichtbare Wasserverluste aufweisen.

Mit den bis dahin gegebenen Beziehungen kann nun die auf den Gefrierpunkt bezügliche Temperaturverteilung im Mauerwerk und Felsen für jeden beliebigen Zeitpunkt τ approximativ berechnet werden. Zu statischer Wirkung gelangen von ihr nur die gegenüber dem spannungslosen Zustande bestehenden Temperaturunterschiede. Es ist daher von Wichtigkeit, vorerst noch die von Temperaturspannungen freien Ausgangszustände festzulegen.

Wie bereits früher erwähnt, wird für das Gebirge als Bezugsniveau die Felstemperatur T_G selbst angesprochen werden dürfen. Die mit dem Vortrieb unmittelbar und unvermeidlich einsetzende Ventilation kühlt die Stollenwandungen ab und wird die Ursache der ersten im Gebirge erscheinenden Temperaturspannungen. Bis zum Einbau des Gewölbes ist nun die Stollentemperatur mit den äußeren Wärmeverhältnissen einem ständigen Wechsel unterworfen; sie betrage zur Zeit der Mauerung T'_S . Der Beton selbst wird etwa mit der zu gleicher Zeit vorhandenen Temperatur der Außenluft T_L , durch das zugesetzte Wasser vielleicht auch um weniges kühler oder wärmer, eingebracht. Die Betonierung bringt daher dem Gebirge einen momentanen Temperaturwechsel, da für gewöhnlich, infolge des vorausgehenden Wärmeaustausches im Stolleninnern, eine Temperaturdifferenz $T_L < T'_S$ vorhanden sein wird. Beton und Gebirge streben daraufhin allmählich einem Wärmeleichgewicht zu, das durch den im Verlaufe dieses Vorganges einsetzenden Abbindeprozeß und die damit verbundene Wärmeentwicklung noch leicht gefördert wird.

Langsam bindende Zemente zeigen im allgemeinen kaum eine nennenswerte Abbindewärme; Schnellbinder hingegen können während des Erhärtungsprozesses beträchtliche Temperaturerhöhungen aufweisen. Die im Zeitpunkte einer ersten Verfestigung im Mauerwerk herrschende Wärmeverteilung muß aber als diejenige seines praktisch als spannungslos gedachten Zustandes angesehen werden.

Aus dieser Überlegung geht deutlich hervor, daß sich rasch bindende Zemente, die bei relativ hohen Wärmegraden Festigkeit erlangen, nach ihrer Verarbeitung den äußern Temperatureinflüssen gegenüber viel ungünstiger verhalten werden als die meist verwendeten Langsam binder. Für solche darf die stationäre

Kurve, die sich auf Grund der Leitfähigkeiten und spezifischen Wärmen nach der mittleren Stollentemperatur zur Zeit des Abbindeprozesses T_S (annähernd gleich T'_S und roher gleich T_G zu setzen) und der Gebirgsanfangstemperatur T_G richtet (Abb. 36), als mutmaßlicher Ausgangszustand des Gewölbes gelten. Danach kommen als Bezugstemperaturen zum Teil nach Gl. (96)

$$\left. \begin{aligned} \text{für das Gebirge} \quad T_F^0 &= T_G, \\ \text{für das Mauerwerk} \quad T_B^0 &= T_S + (T_G - T_S) \cdot \frac{\lg r/q_i}{\lg q_m/q_i + k \cdot \lg R/q_m} \end{aligned} \right\} (103a)$$

in Betracht.

Zur Festlegung der statisch aktiven Temperaturdifferenzen müssen die Gesamttemperaturen in den beiden Medien herbeigezogen werden (Abb. 33). Zeigt in einem gegebenen Augenblick das Stolleninnere die Temperatur T_i , so wird es von der Dauer ihrer Einwirkung abhängig und annähernd bestimmbar sein, welchen Umfang ihr Einfluß nach dem Gebirge hin schon angenommen hat. Findet sich die Überschneidung der beiden Temperaturkurven, die dem spannungslosen Zustande des Gewölbes einerseits, den momentanen Verhältnissen aber andererseits entsprechen, in einem Abstand R_m vom Stollenzentrum entfernt, dann fixiert sich die Temperaturkurve im Mauerwerk durch Einführung der zusammengehörigen Größen $T_R = T_a$ und $R_m = R$ in die erste der Gl. (96). Nach Substitution der Ordinate T_R durch ihren von der Ausgangsstationärkurve gelieferten Ausdruck und allgemeine Subtraktion der Temperaturen T_B^0 resultiert für die im Gewölbe tätige Temperaturdifferenz

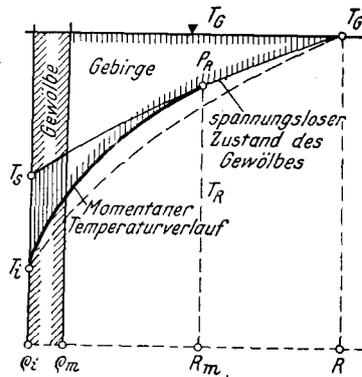


Abb. 33. Betriebs- und Ausgangstemperaturen im Gewölbe und Gebirge.

$$t' = (T_i - T_S) \left\{ 1 - \frac{\lg r/q_i}{\lg q_m/q_i + k \cdot \lg R_m/q_m} \right\} \quad (103)$$

mit
$$a'_1 = \frac{(T_i - T_S)}{\lg q_m/q_i + k \cdot \lg R_m/q_m}.$$

Wie aus Abb. 33 ersichtlich, ist der gegen T_G zu stellende Temperaturverlauf im Gebirge unstetigen Charakters. Er bildet im unausgekleideten Hohlraume ein wenig interessantes Übergangsstadium bei plötzlich eintretenden Temperaturwechseln, dem man rechnerisch durch Unterteilung der Gebirgszonen in R_m ohne Schwierigkeit gerecht

werden kann. Bei ausgewölbten Bauten bleibt zu berücksichtigen, daß der Temperaturunterschied $T_S - T_G$ noch vor Gewölbeschluß bis R zur Einstellung gelangt. Seine statische Auswirkung ist gesondert nach I zu beurteilen und er wird daher in den nachfolgenden Entwicklungen nicht mehr weiter berücksichtigt werden. Nach der Verfestigung des Gewölbes steht die Baute allein unter dem Einfluß des Temperaturzwickels $T_i - T_S - P_R$. Die im Gebirge wirksamen Temperaturunterschiede berechnen sich somit nach (96) zu

$$t = (T_i - T_S) \cdot \frac{k \cdot \lg R_m / r}{k \cdot \lg R_m / \varrho_m + \lg \varrho_m / \varrho_i} \quad (103)$$

mit

$$a_1 = - \frac{k \cdot (T_i - T_S)}{k \cdot \lg R_m / \varrho_m + \lg \varrho_m / \varrho_i}.$$

Durch die Temperaturunterschiede t' gerät der Mauerungsring in einen Spannungszustand, welcher sich in Anteile statischer und thermischer Herkunft gliedern läßt. Erstere sind auf den Zusammenhang des Betons mit dem Gebirge, letztere auf die ungleichförmige Temperaturverteilung zurückzuführen. Dieses Gewölbe schließt sich eng an eine auf gleiche Art gespannte kreiszylindrische Gesteinszone mit dem Außenradius R_m an, welche ihrerseits wiederum eine noch innigere Verbindung mit dem übrigen, vom Temperaturwechsel verschonten Gebirge aufrecht erhält. Der somit rein statische Spannungszustand dieser äußersten Umhüllung fügt sich, zufolge der herrschenden Achsensymmetrie und der ihm auferlegten äußern Grenzbedingungen, einzig dem Ansatz

$$(\sigma_r)_s = \frac{a_0}{r^2}; \quad (\Delta r)_s = - \frac{a_0}{2Gr}, \quad (104)$$

wie dies aus früheren Darlegungen des § 2 und aus (30) und (32) deutlich wird.

Die komplexen Spannungszustände des innern Gesteins- und innersten Wölbungszylinders lassen sich dagegen mittels der von Föppl entwickelten Formeln¹⁾ ausdrücken. Sie beziehen sich auf den eingangs besprochenen stationären Wärmefluß und lauten ganz allgemein, beispielsweise mit den entsprechenden physikalischen Größen und Konstanten für das Gewölbe

$$\begin{aligned} \sigma'_r &= 2G' \left\{ \frac{\nu}{2(\nu-2)} \cdot C'_1 + \frac{\nu+1}{2(\nu-1)} \cdot \alpha' \left(\frac{a'_1}{2} - t' \right) - \frac{C'_2}{r^2} \right\} \\ \sigma'_i &= 2G' \left\{ \frac{\nu}{2(\nu-2)} \cdot C'_1 - \frac{\nu+1}{2(\nu-1)} \cdot \alpha' \left(\frac{a'_1}{2} + t' \right) + \frac{C'_2}{r^2} \right\} \end{aligned} \quad (105)$$

¹⁾ L. 42, V. S. 242.

$$\sigma'_z = 2G' \left\{ \frac{C'_1}{(\nu-2)} - \frac{\nu+1}{\nu-1} \cdot \alpha' t' \right\}; \quad \epsilon' = 0 \quad (105)$$

$$\Delta r' = \frac{\nu+1}{\nu-1} \frac{\alpha'}{2} \cdot \left(t' - \frac{a'_1}{2} \right) r + \frac{C'_1}{2} \cdot r + \frac{C'_2}{r}, \quad (105 \text{ a})$$

wenn die Verschiebung in der Achsenrichtung, Δz , von vornherein gleich Null gesetzt wird. Dieses Vorgehen erhält seine hinreichende Begründung durch die Tatsache, daß dieser Art der rechnerischen Verfolgung von Temperaturspannungen nur dort ein Sinn zukommt, wo die umgebenden Gesteinsmassen von den oberflächlichen atmosphärischen Wärmeschwankungen unbeeinflusst bleiben. In den diesen Bedingungen entsprechenden Abständen von den Mundlöchern aus dürfte aber auch die eingeführte Vereinfachung $\Delta z = 0$ zutreffen.

Die Spannungs- und Deformationsgleichungen für den dem Gewölbe sich anschließenden Felszylinder lauten ganz analog. Mit ihrer Hilfe und den vorausgegangenen allgemeinen Erörterungen soll nun einigen speziellen Fällen nähergetreten werden. Dabei sei allgemein vorausgeschickt, daß in den kommenden Formelwerten die Festtemperaturen

$$t_i = (t')_{r=\rho_i}; \quad t_m = (t')_{r=\rho_m} = (t)_{r=\rho_m}; \quad t_a = (t)_{r=R_m} \text{ bzw. } R$$

mit den eben gegebenen Kürzungen zur Einführung gelangen.

I. Thermische Wirkungen auf den unausgekleideten Stollen.

Nach der für den unausgekleideten Stollen notwendigen Gleichsetzung der Gewölberadien $\rho_i = \rho_m$ und $R_m = R$ ergeben sich die auf T_G bezogenen wirksamen Wärmeunterschiede (103) der Stollenumgebung zu

$$t = (T_i - T_G) \cdot \frac{\lg R/r}{\lg R/\rho_m}; \quad a_1 = - \frac{T_i - T_G}{\lg R/\rho_m} \quad (106)$$

Die Grenzbedingungen des davon betroffenen Felshohlzylinders lauten

$$r = \rho_m: \quad \sigma_r = 0; \quad r = R: \quad \sigma_r = (\sigma_r)_s; \quad \Delta r = (\Delta r)_s; \quad (107)$$

zu deren Erfüllung die Anzahl der Konstanten C_1, C_2 und a_0 eben ausreichend ist. Nach ihrer Festlegung lassen sich Spannungen und Verschiebungen in geschlossener Form wiedergeben. Es sind innerhalb der temperaturbeeinflussten Zone:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= - \frac{\mu E}{2(\mu-1)} \alpha \left\{ t - t_m - \left(\frac{a_1}{2} - t_m \right) \left(1 - \frac{\rho_m^2}{r^2} \right) \right\} \\ \sigma_i &= - \frac{\mu E}{2(\mu-1)} \alpha \left\{ t + t_m + \left(\frac{a_1}{2} - t_m \right) \left(1 - \frac{\rho_m^2}{r^2} \right) \right\}; \quad (108) \\ \sigma_z &= - \frac{\mu E}{(\mu-1)} \alpha t \\ \Delta r &= \frac{(\mu+1)}{2(\mu-1)} \alpha r \left\{ t - t_m - \left(\frac{a_1}{2} - t_m \right) \left(1 - \frac{\rho_m^2}{r^2} \right) \right\}, \end{aligned}$$

außerhalb der temperaturbeeinflussten Zone:

$$\begin{aligned}(\sigma_r)_s = (-\sigma_t)_s &= \frac{\mu E}{2(\mu-1)} \alpha \frac{R^2}{r^2} \left\{ t_m + \left(\frac{\alpha_1}{2} - t_m \right) \left(1 - \frac{\varrho_m^2}{R^2} \right) \right\} \\ (\Delta r)_s &= -\frac{\mu+1}{2(\mu-1)} \alpha \frac{R^2}{r} \left\{ t_m + \left(\frac{\alpha_1}{2} - t_m \right) \left(1 - \frac{\varrho_m^2}{R^2} \right) \right\}.\end{aligned}\quad (108a)$$

Der erste, aus einer Überlagerung von statischen und Temperatur-eigenspannungen hervorgehende Spannungszustand (108), weist zwei bemerkenswerte Eigentümlichkeiten auf. Es zeigt sich zunächst, daß die Spannungswerte einer direkten Abhängigkeit von R verlustig gegangen sind, was zur Folge hat, daß die Tangentialspannung an der inneren Peripherie

$$(\sigma_t)_{r=\varrho_m} = (\sigma_z)_{r=\varrho_m} = -\frac{\mu E}{\mu-1} \alpha (T_i - T_G) \quad (109)$$

außer ihrer Abhängigkeit von E , μ und α einzig eine solche von den wirksamen Temperaturunterschieden aufzuweisen hat. Daher stellt der obige Ausdruck (109) ohne weiteres den Maximalwert der für ein bestimmtes ΔT erreichbaren Temperaturspannung dar, vollkommen unbeeinflusst davon, ob der Wärmeentzug im Gebirge erst ein ganz oberflächlicher oder schon ein nach größeren Tiefen fortgeschrittener ist.

Charakteristisch ist des weiteren die an der Peripherie des Hohlraumes in Erscheinung tretende Radialverschiebung

$$(\Delta r)_{r=\varrho_m} = 0, \quad (109a)$$

welche besagen will, daß sich daselbst die thermischen und statischen Verschiebungen eben das Gleichgewicht halten, ein sichtbarer Effekt also ausbleiben muß. Dieses Ergebnis wird weder durch Einführung eines frei gewählten Temperaturgesetzes $t = f(r)$, noch durch allgemeinere Dehnungsverhältnisse in der Achsenrichtung des Stollens, wie beispielsweise durch den Ansatz $\Delta z = c_1 \cdot z + c_2$, irgendwie angetastet, was seinerzeit an anderen Orten¹⁾ ausführlich dargelegt wurde. Ein späterhin (III) aufzudeckender Zusammenhang zwischen allgemeineren Werten dieser peripherischen Verschiebungen wird dazu angetan sein, Klarheit in das auf den ersten Blick vielleicht paradox erscheinende Ergebnis zu bringen.

Doch zeigt das Resultat jetzt schon, was später neu bestätigt wird, daß — mit alleiniger Rücksicht auf eine von thermischen Felsdeformationen zu erwartende ungünstige Gewölbebeanspruchung — keine Notwendigkeit besteht, Temperaturänderungen vom Gebirge fernzuhalten. Andere Gründe lassen aber unter Umständen das Verlangen gleich-

¹⁾ S. B. Z. 1924, Nr. 14.

wohl aufkommen, dem anstoßenden Gebirge einen guten Wärmeschutz angeeihen zu lassen, wovon später noch die Rede sein soll.

Die untenstehende Abb. 34 gibt ein Bild dieser Temperatureigen-
spannungen und daneben (ausgezogen) ein solches der gesamten Kräfte-
verteilung in den Ulmen, wie sie sich etwa bei unverkleideten Druck-

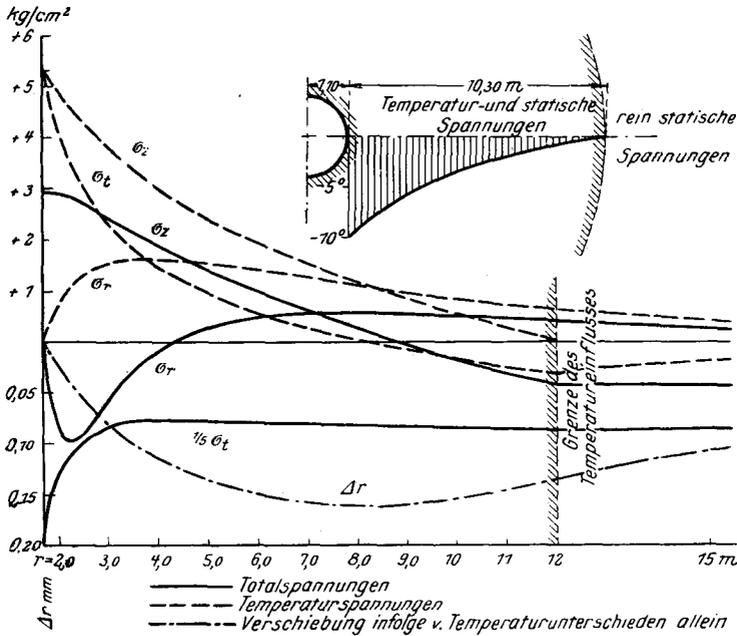


Abb. 34. Temperatur- und Totalspannungen einer unverkleideten Stollenbaute ohne Innendruck.

Daten: $H = 30$ m. $q_m = 1,70$ m. $R = 12$ m.
 $s = s^* = 0$. $\gamma = 2,7$ t/m³. $E = 60'000$ kg/cm².
 $u = 10$. $\Delta t = -10$ °C.

stollen vor Aufgabe eines hydrostatischen Innendruckes vorfinden werden (etwa den Verhältnissen in Amsteg, Strecke E ohne Auskleidung, entsprechend).

II. Thermische Wirkungen auf das Gewölbe allein.

Hat der Wärmeentzug im ausgekleideten Stollen die äußere Gewölbeperipherie q_m eben erreicht ($R_m = q_m$; Abb. 33), so gestaltet sich, ähnlich wie im vorhergehenden Falle, die Temperaturverteilung nach den Ausdrücken (103) zu

$$t' = (T_i - T_s) \cdot \frac{\lg q_m / r}{\lg q_m / q_i}; \quad a'_1 = - \frac{T_i - T_s}{\lg q_m / q_i}, \quad (110)$$

und ganz analog formulieren sich die Grenzbedingungen:

$$r = q_i: \quad \sigma'_r = 0; \quad r = q_m: \quad \sigma'_r = (\sigma_r)_s; \quad \Delta r' = (\Delta r)_s. \quad (111)$$

Daraus gehen die folgenden Konstanten hervor:

$$\text{Gewölbe: } C'_1 = \frac{2(\nu-2)(G'-G)(\varrho_m^2 K'_a - \varrho_i^2 K'_i)}{N};$$

$$C'_2 = \varrho_i^2 \cdot \left\{ \frac{\nu}{2(\nu-2)} \cdot C'_1 - K'_i \right\}. \quad (111a)$$

$$\text{Gebirge: } a_0 = 2G' \left\{ \frac{\nu}{2(\nu-2)} \cdot C'_1 (\varrho_m^2 - \varrho_i^2) - (\varrho_m^2 K'_a - \varrho_i^2 K'_i) \right\},$$

falls die Ausdrücke

$$K'_i = \frac{\nu+1}{2(\nu-1)} \alpha' \left(t_i - \frac{a'_1}{2} \right); \quad K'_a = \frac{\nu+1}{2(\nu-1)} \alpha' \left(t_m - \frac{a'_1}{2} \right);$$

$$N = \nu \varrho_i^2 (G - G') + \{ \nu (G + G') - 2G \} \varrho_m^2$$

zur Abkürzung dienen. Die Verwendung der Konstantenwerte (111a) in den allgemeinen Ausdrücken (105) und (105a) führt zu den gewünschten Spannungen und Verschiebungen.

Mit Hilfe dieser Formeln kann, in genügender Annäherung, der Wechsel der Spannungszustände im Gewölbe, entsprechend des nach und nach von der inneren Leibung aus erfolgenden Temperaturdurchtritts verfolgt werden. Beschränkt man sich dabei auf die Tangentialspannung $(\sigma_i)_{r=\varrho_i}$ und beachtet die Änderungen, welchen sie bei ständig abnehmender Reichweite $R_m (\varrho_i < R_m < \varrho_m)$ der Temperaturwirkung ausgesetzt ist, so erkennt man bald, daß auch sie einem festen Grenzwerte zustrebt, der für $R_m = \varrho_i$ erreicht wird. Zieht man hierbei die geringfügige, nur statisch beanspruchte Betonzone $(\varrho_m - R_m)$ mit in Betracht, so ändert sich die Konstante C'_1 auf

$$(C'_1)^* = \frac{2(\nu-2)(G'-G) \{ R_m^2 K'_a - \varrho_i^2 K'_i \}}{N},$$

während C'_2 seinen bisherigen Wert beibehält. Damit verbleibt für

$$(\sigma'_i)_{\varrho_i} = 2G' \left\{ \frac{\nu}{\nu-2} \cdot C'_1 - \frac{\nu+1}{\nu-1} \alpha' (T_i - T_s) \right\},$$

eine Spannung, für die im Grenzfalle $R_m = \varrho_i$ der Ausdruck $(C'_1)^*_{R_m=\varrho_i}$, oder spezieller

$$(R_m^2 K'_a - \varrho_i^2 K'_i)_{R_m=\varrho_i} = \frac{\nu+1}{2(\nu-1)} \alpha' (T_i - T_s) \left\{ \frac{R_m^2 - \varrho_i^2}{2 \cdot \lg R_m/\varrho_i} - \varrho_i^2 \right\}_{R_m=\varrho_i}$$

bestimmend wird. Dieser nimmt zunächst eine unbestimmte Form an, ermittelt sich aber nach der Differentiation zu

$$(C'_1)^*_{R_m=\varrho_i} = 0,$$

womit die Ausdrücke

$$[(\sigma'_i)_{\varrho_i}]_{R_m=\varrho_i} = [(\sigma'_z)_{\varrho_i}]_{R_m=\varrho_i} = - \frac{\nu E'}{\nu-1} \alpha' (T_i - T_s) \quad (112)$$

die für den Temperatursprung ($T_i - T_s$) maßgebenden maximalen Spannungsgrößen darstellen.

Diese Werte sind ganz analog zu jenen, die sich im unverkleideten Gebirge nach gleichen Richtungen, dort aber unabhängig von R , finden. Die in der Mauerung langsam gegen das Gebirge hin fortschreitende thermische Beeinflussung vermag diese innerperipherischen Tangentialspannungen etwas abzumildern, womit gleichzeitig ein geringfügiges Ansteigen der Druckspannung in der äußern Peripherie R_m zu verzeichnen ist (Abb. 35). Das ungünstigste Verhalten zeigen die Spannungen σ_z nach der Achsenrichtung, wie aus Abb. 34 zu ersehen ist. Temperatursprünge sollten also nach Möglichkeit vermieden werden, da sie ungünstigen Beanspruchungen rufen, und leicht zu einer wenn auch nur oberflächlichen Rissebildung führen können.

III. Thermische Wirkungen auf den ausgekleideten Stollen.

In Ergänzung der beiden vorbesprochenen Fälle ist es von Interesse, die statische Wirkung eines Temperaturwechsels zu verfolgen, dessen Einfluß bereits über die Mauerungsstärke des Gewölbes hinaus in das Gebirge vorgegriffen hat. Die hierbei sich einstellenden Temperaturen werden durch die unverkürzten Beziehungen (103) wiedergegeben. Für die in den Grenzschichten $r = \varrho_m$ und $r = R_m$ herrschenden Verhältnisse (Abb. 33) lassen sich folgende Bedingungen aufstellen:

$$\begin{aligned} r = \varrho_i: \quad \sigma'_r &= 0; & r = \varrho_m: \quad \sigma'_r &= \sigma_r; & \Delta r' &= \Delta r; \\ r = R_m: \quad \sigma_r &= (\sigma_r)_s; & \Delta r &= (\Delta r)_s. \end{aligned} \quad (113)$$

Ihnen kann durch die 5 Konstanten C'_1, C'_2, C_1, C_2 und a_0 Genüge getan werden, wenn sie die nachstehende algebraische Formulierung wahren:

Für den thermisch und statisch beanspruchten Felsen:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = \varrho_m^2 \cdot \left\{ \frac{2(\nu - 1)G'(K'_a \varrho_m^2 - K'_i \varrho_i^2)}{N} - K_i \right\} \quad (113a)$$

für das Gewölbe:

$$C'_1 = -\frac{\nu - 2}{\nu - 1} \cdot \frac{G - G'}{G'} \left\{ \frac{C_2}{\varrho_m^2} + K_i \right\}; \quad C'_2 = \varrho_i^2 \left\{ \frac{\nu}{2(\nu - 2)} \cdot C'_1 - K'_i \right\} \quad (113b)$$

und für den statisch beanspruchten Felsen:

$$a_0 = -2G \left\{ R_m^2 K_a + C_2 \right\}, \quad (113c)$$

worin

$$K_a = \frac{\mu + 1}{2(\mu - 1)} \alpha \left(t_a - \frac{a_1}{2} \right); \quad K_i = \frac{\mu + 1}{2(\mu - 1)} \alpha \left(t_m - \frac{a_1}{2} \right);$$

K'_i, K'_a und N bereits bekannte Werte bedeuten. Wie aus dem Verhalten der Felsverschiebung (109a) zu erwarten war, unterscheiden

sich die obigen Konstanten für das Gewölbe in keiner Weise von denjenigen des vorigen Abschnittes II.

Dagegen zeigt die Radialverschiebung der inneren Gewölbebeileitung nach Gl. (105a):

$$\begin{aligned}
 (\Delta r')_{r=q_i} &= \frac{\nu-1}{\nu-2} C_1' q_i \\
 &= (\nu+1) \alpha' q_i (G' - G) \frac{\left\{ q_m^2 t_m - q_i^2 t_i - \frac{\alpha'}{2} (q_m^2 - q_i^2) \right\}}{G \{ \nu q_i^2 + (\nu-2) q_m^2 \} + G' (q_m^2 - q_i^2) \nu} \quad (114)
 \end{aligned}$$

die bemerkenswerte Eigenschaft, bei fest gegebenen Temperaturverhältnissen mit $G' \leq G$ einen Vorzeichenwechsel eintreten zu lassen, da ihr Nenner stets positive Werte beibehält; sie passiert also für $G' = G$ (auch $E' = E$) eine Nullstelle, die mit der bereits erwähnten des unausgekleideten Stollens identisch ist. Dieses Resultat läßt sich auch dahin ausdrücken, daß das nach rückwärts liegende Gebirge die auslösbaren thermischen Verschiebungen des freibeweglichen Gewölbes nur dann vollkommen zu meistern vermag, wenn sein elastischer Widerstand G denjenigen der Gewölbebeaute G' überwiegt. Wird dieser Unterschied in G und G' einfach als Inhomogenität des Gebirges aufgefaßt, dann kann die in Erscheinung tretende Verschiebung des Stolleninnern nur so lange entgegengesetzten Vorzeichens der sich frei vollziehenden des thermisch beanspruchten Zylinders (G') sein, als sich der äußere Gebirgskomplex starrer verhält wie seine innerste, temperaturbeanspruchte Zone. Umgekehrt werden bei wenig nachgiebigem Gewölbe oder steiferer Felsinnenzone die Verschiebungen das Vorzeichen freier Bewegungsmöglichkeit tragen. Inhomogenitäten des Gebirges können daher, je nach ihrer Art, für positive oder negative Temperaturwechsel zu Verschiebungen beiderlei Vorzeichens Veranlassung geben. Das homogene Gebirge nimmt hierin, indifferent in der Verschiebung $(\Delta r)_{q_i} = 0$, eine Mittelstellung ein.

Eine nähere Prüfung der den obenstehenden Konstanten entsprechenden Spannungswerte führt dazu, dem früher festgelegten Grenzwert (112) einen zweiten gegenüberzustellen. Läßt man nämlich den Halbmesser R fort und fort anwachsen, so hat er schließlich einen Spannungszustand zur Folge, der einem über die ganze Gewölbestärke konstanten Temperaturabfall ΔT entspricht. Das sind Verhältnisse, wie sie für gewöhnlich der Schwinderscheinung zugeschrieben werden, und als solche an anderer Stelle ihre Behandlung finden. Abb. 35 zeigt die Umhüllenden der zwischen diesen beiden Grenzen möglichen Spannungskurven.

Sobald demnach der Wärmeentzug über die äußere Gewölbeleibung hinausreicht ($R > \varrho_m$), verursacht ein weiteres Anwachsen von R mehr und mehr eine über dem Gewölbequerschnitt gleichförmigere Zugbeanspruchung, wogegen geringere Unterschiede in diesen Radien, und insbesondere ein Wert $R < \varrho_m$, die äußere Gewölbezone noch unter Druck zu setzen vermögen. Die Sicherheit des Bauwerkes ist

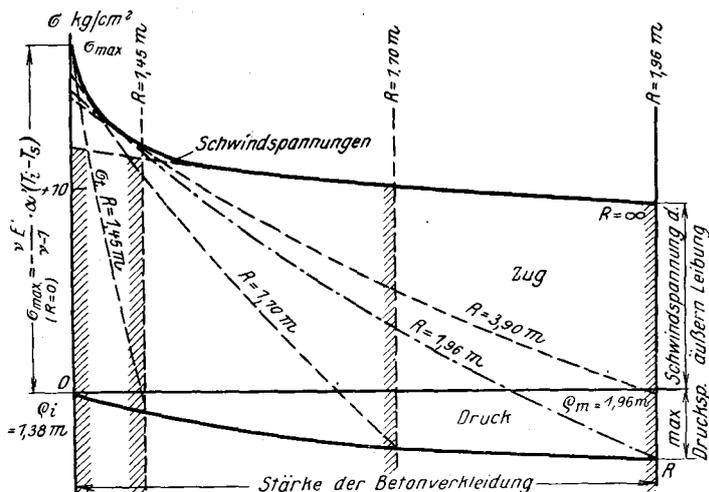


Abb. 35. Umhüllende der Wärmespannungskurven eines Gewölbes beim Temperaturdurchtritt ($R = \varrho_i$ bis $R = \infty$).

Daten: $\varrho_i = 1,38$ m. $\varrho_m = 1,96$ m. $R = \varrho_i$ bis ∞ .
 $\mu = 10$. $E = 60\,000$ kg/cm².
 $\nu = 8$. $E'_{\text{Zug}} = 150\,000$ kg/cm².
 $\alpha = 0,000\,008$. $\alpha' = 0,000\,01$. $\Delta t = -10^\circ$ C.

daher in bezug auf die Verhinderung eines Wasseraustrittes gleichwohl dann noch am größten, wenn sich das Temperaturgefälle vollständig im Mauerwerk erschöpft.

Mit den für R wechselnden Spannungseinstellungen findet sich zwischen äußerer Leibung und Fels eine Haftspannung ein, welche von $R = \varrho_i$ bis $R = \infty$ von Null an bis zu einem Maximalwert

$$[(\sigma_r)_{\varrho_m}]_{R=\infty} = -\frac{2(\nu + 1)GG' \varrho_m^2}{N} \alpha (T_i - T_s) \left(1 - \frac{\varrho_i^2}{\varrho_m^2}\right) \quad (115)$$

anwächst und mit zunehmenden Elastizitätsgrößen eine weitere Vergrößerung erfährt. Da die Haftfestigkeit außer Temperatureinflüssen auch von den Wirkungen, die mit dem Schwinden des Betons und einer evtl. Plastizität des Gesteins im Zusammenhang stehen, in Anspruch genommen wird, wäre eine peripherische Ablösung des Gewölbes nicht undenkbar. Es liegt jedoch kein Grund vor, die dadurch

veränderten Beanspruchungsarten viel oder überhaupt ungünstiger beurteilen zu wollen als diejenigen, bei welchen jene Bindung unverletzt bleibt (vgl. § 9, d), da die Beanspruchung des von innen gedrückten Rohres für eine bestimmte Verformung günstiger ausfällt, als wenn diese durch Zugkräfte längs des äußern Umfanges hervorgebracht werden muß.

Alle bis dahin erwähnten Spannungs- und Verschiebungsgrößen sind der Temperaturdifferenz $\Delta T = (T_i - T_s)$ direkt proportional. Die rechnerische Ermittlung kann sich daher, ohne an Allgemeinheit einzubüßen, darauf beschränken, die Spannungsbestimmung beispielsweise für $\Delta T = \pm 10^\circ \text{C}$ durchzuführen.

c) Stetige Temperaturänderungen.

Die bei Dauerbetrieb beeinflussungsfähigen Temperaturen, mögen sie nun die in Tunneln streichende Ventilationsluft oder das Füllwasser eines Zuleitungstollens zum Träger haben, sind, sofern von weniger wesentlichen Unregelmäßigkeiten abgesehen wird, einer täglichen und einer jährlichen Periode unterworfen. Darunter sind die Schwankungen eines Tages, als kurzperiodisch und durchschnittlich von kleinem Ausschlag, für die Beurteilung ihrer Wirkung besser nach Seite der Temperatursprünge zu stellen; dies schon deshalb, weil sie in ihrer Tiefenwirkung gegenüber den jährlichen Veränderungen vollkommen zurücktreten. Im übrigen zeigen die mit Rücksicht auf eine längere Betriebsperiode in Rechnung zu stellenden thermischen Spannungen eine langsame stetige Veränderung, deren praktische Bedeutung sich wie vordem nach ihren extremen Werten richtet.

Auf Grund der Jahresmitteltemperatur T_{Jm} läßt sich dieser jährliche Temperaturverlauf des Wassers oder der Luft näherungsweise mit Hilfe einer Kreisfunktion (vgl. Abb. 36) zu

$$T = T_{Jm} - \Delta T \cdot \cos \frac{2\pi}{P} \cdot \tau \quad (116)$$

ausdrücken, wenn P die Periode dieser jährlichen Schwankung bedeutet und das Jahresminimum in den Zeitpunkt $\tau = 0$ zu stehen kommt. Macht sich dieser periodische Wechsel an der ebenen Oberfläche eines Mediums der spezifischen Wärme c und spezifischen Leitfähigkeit k geltend, so dringt er in Befolgung nachstehender Gesetzmäßigkeit nach und nach in dessen Inneres vor (Richtung z)¹⁾:

$$T = T_m - \Delta T \cdot e^{-\beta z} \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi}{P} \cdot \tau - \beta z \right\}; \quad \beta = \sqrt{\frac{c}{k} \cdot \frac{\pi}{P}} \quad (116a)$$

¹⁾ vgl. L. 45, IV.

und das Gebirge zu

$$T_{mF} = T_R - (T_R - T_{Jm}) \cdot \frac{k \cdot \lg R_m/r}{\lg \varrho_m/\varrho_i + k \cdot \lg R_m/\varrho_m} \quad (118)$$

ab, welche nach Eingang in Gl. (116a) die auf den Gefrierpunkt bezogenen Temperaturwerte in ihrem Wechsel mit der Zeit τ und nach der Tiefe $z = (r - \varrho_i)$ bestimmen. Zu statischer Wirkung gelangen wiederum nur deren Differenzen gegen die Ursprungstemperaturen (103a), so daß zunächst, analog der entsprechenden Gl. (103), als wirksame Differenz auf die Auskleidung entfällt

$$t' = T_B - T_B^0 = (T_{Jm} - T_S) \left\{ 1 - \frac{\lg r/\varrho_i}{\lg \varrho_m/\varrho_i + k \cdot \lg R_m/\varrho_m} \right\} - \Delta T \cdot e^{a(r-\varrho_i)} \cdot \cos \varrho$$

(119)

mit

$$a = -\beta_B = -\sqrt{\frac{c_B}{k_B} \cdot \frac{\pi}{P}}; \quad \varrho = \frac{2\pi}{P} \cdot \tau + a(r - \varrho_i)$$

Obwohl es zur Feststellung der extrem möglichen Spannungswerte nicht notwendig wäre, die mit den Beziehungen (119) und ähnlichen Temperatargesetzen zusammenhängenden Spannungsverhältnisse ausführlich wiederzugeben, soll, der Vollständigkeit und eines besseren Einblickes halber, von einer kurzen Darstellung der wichtigsten Spannungszustände gleichwohl nicht Umgang genommen werden.

Unter Aufrechterhaltung der früheren Voraussetzungen nach der Stollenachse, $\Delta z = 0$ und $\frac{\partial \Delta r}{\partial z} = 0$, und unter Berücksichtigung allein des periodischen Teiles obiger Temperaturverteilung — der Einfluß des Unterschiedes zwischen den Stationärkurven des Jahresmittels und des spannungslosen Zustandes läßt sich nach den Ausführungen unter b) beurteilen — ergeben die reduzierten elastischen Grundgleichungen¹⁾, nach zweimaliger Integration der allein verbleibenden Gleichung, allgemein — entsprechend den Gl. (105) und (105a) — für die Radialverschiebung

$$\Delta r' = -r \cdot \theta(r) + \frac{C'_1}{2} \cdot r + \frac{C'_2}{r}, \quad (120)$$

und die aus ihr abzuleitenden Spannungen

$$\begin{aligned} \sigma'_r &= 2G' \left\{ \frac{\nu C'_1}{2(\nu - 2)} + \theta(r) - \frac{C'_2}{r^2} \right\} \\ \sigma'_t &= 2G' \left\{ \frac{\nu C'_1}{2(\nu - 2)} + \theta^*(r) - \theta(r) + \frac{C'_2}{r^2} \right\} \\ \sigma'_z &= 2G' \left\{ \frac{C'_1}{(\nu - 2)} + \theta^*(r) \right\}, \end{aligned} \quad (121)$$

¹⁾ Vgl. L. 42, V, 1920, S. 239.

nachdem zur Abkürzung

$$\theta(r) = \frac{\nu + 1}{\nu - 1} \cdot \frac{\alpha'}{2} \cdot \frac{\Delta T}{a^2} \cdot \frac{e^{a(r - \varrho_i)}}{r^2} \{(ar - 1) \sin \varrho + ar \cdot \cos \varrho\}$$

und

$$(121 a)$$

$$\theta^*(r) = \frac{\nu + 1}{\nu - 1} \cdot \alpha' \cdot \Delta T \cdot e^{a(r - \varrho_i)} \cdot \cos \varrho$$

eingeführt worden sind.

Unter Außerachtlassung der thermischen Spannungen im Gebirge, deren Verformungen, wie aus Abschnitt b) bekannt, die Beanspruchungen des Gewölbes doch nicht zu beeinflussen vermögen, führen zunächst die Grenzbedingungen (111) für den ausgewölbten Hohlraum zu den Konstanten

$$\begin{aligned} \frac{C'_1}{2(\nu - 2)} &= \frac{G - G'}{N} \left\{ \varrho_m^2 \theta(\varrho_m) - \varrho_i^2 \theta(\varrho_i) \right\} \\ C'_2 &= \varrho_i^2 \left\{ \frac{\nu}{2(\nu - 2)} C'_1 + \theta(\varrho_i) \right\} \\ a_0 &= 2G' \left\{ \frac{\nu}{2(\nu - 2)} C'_1 (\varrho_m^2 - \varrho_i^2) + [\varrho_m^2 \theta(\varrho_m) - \varrho_i^2 \theta(\varrho_i)] \right\} \\ &= \frac{\nu G'}{\nu - 2} \cdot C'_1 \left\{ (\varrho_m^2 - \varrho_i^2) + \frac{N}{\nu(G - G')} \right\}, \end{aligned} \quad (121 b)$$

$$\text{mit} \quad N = \nu \varrho_i^2 (G - G') + \{ \nu (G + G') - 2G \} \varrho_m^2$$

die in Gemeinschaft mit den Gl. (121) und (30) die Gewölbspennungen bzw. die statischen Teilspannungen des Gebirges bestimmen.

Durch Ersatz und Gleichsetzung einiger Größen:

$$\varrho_m \sim R_m; \quad \varrho_i \sim \varrho_m; \quad G' = G; \quad a = b \quad \text{und} \quad k = 1 \quad (122 a)$$

föhren diese Konstanten direkt zu den Spannungswerten für das un-
ausgekleidete Gebirge, welche in geschlossener Form wiederzugeben sind:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2G \left\{ \theta(r) - \theta(\varrho_m) \frac{\varrho_m^2}{r^2} \right\} \\ \sigma_t &= 2G \left\{ \theta^*(r) - \theta(r) + \theta(\varrho_m) \frac{\varrho_m^2}{r^2} \right\} \\ \sigma_z &= 2G \theta^*(r) = \sigma_r + \sigma_t \\ \Delta r &= -r \left\{ \theta(r) - \theta(\varrho_m) \frac{\varrho_m^2}{r^2} \right\} \end{aligned} \quad b = -\sqrt{\frac{c_F}{k_F} \cdot \frac{\pi}{P}} \quad \varrho_m \leq r \leq R_m \quad (122)$$

Auch für dieses allgemeinere Temperatugesetz verschwindet natürlich die Radialverschiebung der Ausbruchsfläche ($r = \varrho_m$) wieder.

Endlich sei noch kurz auf die vorerst vernachlässigten Verhältnisse hingewiesen, wie sie sich in der Gebirgshülle jenseits der Mauerung vorfinden werden. Da sie trotz thermischer Eigenstressungen keine Wirkung auf das Gewölbe auszuüben vermag, kann dieser Spannungszustand von den übrigen getrennt ermittelt werden.

Die abschirmende Wirkung des Mauerwerkes bringt es mit sich, daß an dessen Kontaktfläche mit dem Felsen die thermische Amplitude der Oberfläche von ΔT auf $\Delta T^* = \Delta T \cdot e^{a(\varrho_m - \varrho_i)}$ reduziert erscheint, an die gleichzeitig eine Phasenverschiebung (Nacheilen) von $\varphi = a(\varrho_m - \varrho_i)$ gebunden ist.

Mit Beachtung dieser Unterschiede kann die Grenzfläche ϱ_m des Felsens als Oberfläche betrachtet werden, womit die weitere Behandlung auf die eben aufgezeichneten Beziehungen (122) zurückgeführt ist. Die auf den Gefrierpunkt bezogenen Temperaturen betragen dann nach (116) in der Berührungsfläche zwischen Mauerwerk und Fels (Abb. 36):

$$T^* = T_{Jm}^* - \Delta T^* \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi}{P} \cdot \tau + \varphi \right\}$$

und nach Einführung ihrer Abhängigkeit von r

$$T_F = T_{mF} - \Delta T^* \cdot e^{b(r - \varrho_m)} \cdot \cos \varrho^*$$

mit einer der früheren analogen Bezeichnung:

$$b = -\sqrt{\frac{c_F}{k_F} \cdot \frac{\pi}{P}}; \quad \varrho^* = \frac{2\pi}{P} \cdot \tau + \varphi + b(r - \varrho_m).$$

Der Wert von T_{mF} wurde schon in Gl. (118) ausführlich wiedergegeben. Zur Festlegung der nach Gewölbeschluß wirksamen Temperaturdifferenzen¹⁾ sind von dem obigen Ausdruck für T_F die Ausgangstemperaturen zu subtrahieren, womit

$$t = (T_{Jm} - T_S) \frac{\lg R_m/r}{\lg R_m/\varrho_m + 1/k \cdot \lg \varrho_m/\varrho_i} - \Delta T \cdot e^{\varphi + b(r - \varrho_m)} \cdot \cos \varrho^* \quad (123)$$

verbleibt. Wird zur Ableitung der Spannungsgrößen wiederum nur der periodische Teil des Temperatugesetzes (123) eingeführt, so unterscheidet sich das Schlußergebnis von den Gl. (122) einzig in den Ausdrücken der Funktionen $\theta(r)$ und $\theta^*(r)$, die durch

$$\left. \begin{aligned} \theta_G(r) &= \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \frac{\alpha \Delta T}{2b^2} \cdot \frac{e^{\varphi + b(r - \varrho_m)}}{r^2} \cdot [(br - 1) \sin \varrho^* + br \cdot \cos \varrho^*] \\ \theta_G^*(r) &= \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \alpha \Delta T \cdot e^{\varphi + b(r - \varrho_m)} \cdot \cos \varrho^* \end{aligned} \right\} \quad (124)$$

¹⁾ Die Wärmespannungen infolge $T_S - T_G$ sind nach I zu beurteilen.

zu ersetzen sind, um die den rein statischen Spannungswerten überlagerten Temperatureigenspannungen des Gebirges festzuhalten. In den Gl. (121) bis (121 b), (122) und (124) liegt somit der Schlüssel zu den im gewölbten und ungewölbten Stollen tätigen und stetig veränderlichen Temperaturspannungen.

Zur Ermittlung der infolge von stationären und periodisch veränderlichen Temperaturen (Abb. 36) im Gewölbe und Gebirge herrschenden Totalspannungen ist, dem Aufbau der vorhergehenden Formeln entsprechend, nachfolgendes Schema zu beachten:

Wirksame Temperaturdifferenzen	Spannungen nach Formel (...) und Konstanten [...] im		
	Gewölbe	thermisch und statisch beanspruchten Gebirge	rein statisch beanspruchten Gebirge
$T_S^* - T_G$	Vor Verfestigung des Betons; nur im Gebirge wirksam	$\varrho_m - R$ (108)	$R - \infty$ (108 a)
$T_{Jm} - T_S$	$\varrho_i - \varrho_m$ (105), [113 b]	$\varrho_m - R_m$ (105), [113 a]	$R_m - \infty$ (30), [113 c]
Periodischer Wechsel ΔT im Gewölbe allein	$\varrho_i - \varrho_m$ (121), [121 b]	$\varrho_m - \infty$ (30), [121 b] nur rein statisch beansprucht	
Periodischer Wechsel ΔT^* im Gebirge allein	ohne Rückwirkung auf das Gewölbe	$\varrho_m - R_m$ (122) mit (124)	$R_m - \infty$ (30), [121 b mit 122 a]

Die Betriebsbeanspruchungen setzen sich, wie aus den Gleichungen (119) und (123) deutlich wird, aus zwei Teilen zusammen: einem ersten, der von stationären, und einem zweiten, der von periodischen Zuständen herrührt. Die Wirkung dieser ersteren sind bereits bekannt und wurden in diesem Paragraphen unter b in ihren Extremalwerten festgehalten.

Eine kurze Überlegung zeigt, daß diese selben Größen auch als Grenzwerte bei periodischen Wärmeschwankungen zu gelten haben. An Stelle der früheren Veränderlichen R tritt hier die Charakteristik

$$a = - \sqrt{\frac{c_B \cdot \pi}{k_B \cdot P}} \tag{125}$$

bzw. b , welche für denselben Stoff unter geänderten Verhältnissen in c_B und k_B verschiedene Wertstufen durchlaufen kann.

Naheliegend ist ein erster Grenzfall $c_B/k_B = 0$ oder ausgesprochener $a = 0$, für den eine von r unabhängige Temperaturverteilung $t' = -\Delta T$ über den Gewölbequerschnitt resultiert, und die daher

Schwindspannungen, entsprechend dem Schwindmaß $\varepsilon_s = -\alpha \Delta T$, zur Folge hat. Wird dagegen $c_B/k_B = \sim \infty$ bzw. der Ausdruck $[a(r - \rho_i)]_{r=\rho_i}^{a=\infty} = 0$ gesetzt, so konzentriert sich ein Temperatur-sprung ΔT auf die innerste Gewölbehaut von verschwindender Stärke. Im Durchschnitt wird hier freilich die Zugspannung σ'_z , die wieder unter den Normalspannungen das Maximum darstellt, erheblich unterhalb des früheren Grenzwertes

$$\sigma_{\max} = -\frac{\nu E'}{\nu - 1} \alpha' \Delta T \quad (112)$$

verbleiben, was hingegen für den unter Umständen additiven Stationärverlauf ($T_{Jm} - T_S$) (Gl. 119) nicht mehr ausgesagt werden kann. Dort wird die Spannung σ'_z — die Tangentialspannung σ'_t hält sich immer noch in bescheideneren Grenzen — leicht hin imstande sein, dem Maximalwert (112) mit wenig Unterschied dauernd nahe zu kommen.

Die eingangs besprochene Differenz ($T_{Jm} - T_S$) (Abb. 36) kann sonach in der Stollenmauerung leicht gefährlichere Beanspruchungen nach sich ziehen, als wie sie dem Einfluß der jährlichen Temperaturamplituden allein zuzusprechen sind. Ihre ungünstige Wirkung verstärkt sich durch den Umstand, daß T_{Jm} und T_S feststehende Werte sind; ihr Unterschied, für den überdies keine engeren Grenzen bestehen, macht sich daher dauernd nach derselben Richtung hin fühlbar. Aus diesem Grunde ist vor allem danach zu trachten, die Mauerungsarbeiten möglichst unterhalb des durch den Betriebszustand aufzuprägenden Jahresmittels durchzuführen, um gegebenenfalls entlastende negative Vorspannungen zu erzeugen. Man hütet sich damit gleichzeitig vor allen sprunghaften Temperaturwechseln, welche über die jährliche Betriebsamplitude ΔT hinausreichen, und erzielt damit eine entsprechende Reduktion der möglichen Grenzbeanspruchungen.

Die mit den wechselnden Wärmeverhältnissen in Beziehung stehenden Zugspannungen bevorzugen in erster Linie die innere Leibungsfläche und deren benachbarte Zonen nach Richtung der Stollenachse und der Tangente des Querschnittumfangs. Zerstörungsgefahr liegt namentlich in den zur Achse normal gerichteten Ebenen. Eine zweckmäßige konstruktive Durchbildung des Verkleidungsmauerwerkes hat demnach für eine genügende Zugfestigkeit der innersten Gewölbepartien nach achsialer und tangentialer Richtung Sorge zu tragen; sie kann unter günstigen örtlichen Umständen durch eine geringere Stärke der Dichtungshaut erleichtert werden.

d) Schwindspannungen.

Nach üblicher Auffassung stehen die Schwindspannungen in einem eng verwandten Verhältnis zu den vorbesprochenen Temperaturspannungen. Sie verdanken ihre Entstehung einer über die ganze Gewölbstärke mit vollkommener Gleichmäßigkeit sich einstellenden kubischen Kontraktion, deren lineare Komponente $\varepsilon_s = \alpha' \Delta T$ als Schwindmaß bezeichnet wird.

Es bietet nun durchaus keine Schwierigkeiten, aus den unter b) II wiedergegebenen Ausdrücken diejenigen für die Schwinderscheinung herzuleiten, der bei Betonbauwerken stets eine gewisse Aufmerksamkeit zuzuwenden ist. Die über die ganze Mauerungsstärke unveränderliche Temperaturdifferenz $t' = \Delta T$ führt nach II unmittelbar zu den Hilfswerten

$$K'_i = K'_a = K_s = \frac{\nu + 1}{2(\nu - 1)} \cdot \alpha' \Delta T = \frac{\nu + 1}{2(\nu - 1)} \cdot \varepsilon_s$$

und damit zu den Schwindspannungen des Betons, mit dem früheren Wert von N (Gl. 121 b):

$$\begin{aligned} (\sigma'_r)_s &= - \frac{2(\nu + 1)GG'q_m^2}{N} \cdot \varepsilon_s \cdot \left(1 - \frac{q_i^2}{r^2}\right) \\ (\sigma'_t)_s &= - \frac{2(\nu + 1)GG'q_m^2}{N} \cdot \varepsilon_s \cdot \left(1 + \frac{q_i^2}{r^2}\right) \\ (\sigma'_z)_s &= - E' \cdot \varepsilon_s \left\{1 + \frac{2Gq_m^2}{N}\right\} \\ (\Delta r')_s &= r \cdot \frac{\nu + 1}{N} \cdot \varepsilon_s \left\{G'(q_m^2 - q_i^2) + Gq_i^2 \left(1 - \frac{q_m^2}{r^2}\right)\right\}, \end{aligned} \tag{126}$$

sowie den Beanspruchungen des anstoßenden Gebirges:

$$\sigma_r = -\sigma_t = - \frac{2\nu_0 G'G}{N} \cdot \varepsilon_s (q_m^2 - q_i^2) \frac{q_m^2}{r^2}. \tag{126 a}$$

Um jetzt die Größe des Einflusses dieser Schwinderscheinung abschätzen zu können, müssen für Stollenbauten verschiedene Faktoren in Berücksichtigung gezogen werden.

Besteht nach erfolgter Auswölbung wohl eine Berührung zwischen Beton und Fels, dennoch aber keine eigentliche Haftung, so wird sich der Betonhohlzylinder frei kontrahieren können. Abgesehen von einer gegen das Ergebnis früherer Betrachtungen durch punktuelle Auflagerung modifizierten Äußerung des Eigengewichtes treten keine Beanspruchungen auf. Da die Zementhinterpressungen in der Regel erst geraume Zeit nach Fertigstellung des Gewölbes erfolgen, wird sich ein Teil der Schwindkontraktion ohne Spannungen zu erwecken vollziehen

können. Bei einer zu Anfang bestehenden Haftung tritt dasselbe ein, falls die an der äußeren Gewölbeleibung auftretenden Zugspannungen die Haftfestigkeit zu überwinden vermögen, bevor noch im Gewölbe höhere Spannungen ausgelöst wurden.

Die Zementinjektionen bringen die Trennungsflächen wieder in innigere Verbindung, so daß der nachfolgende Teil des Schwindens mit großer Wahrscheinlichkeit als durch das Gebirge behindert vorausgesetzt werden kann, das Gewölbe also in Spannung tritt. Zeigt dagegen auch dieser Teil des Schwindens, ohne schädliche Überspannung, neuerlich eine Lostrennung des Betons vom Felsen, so bleibt die Auswölbung bis zum Auftreten des inneren Überdruckes spannungslos; dann ist im Falle eines Innendruckes die Totalkontraktion in eine eventuelle Plastizität des Gebirges mit einzurechnen oder direkt als solche zu behandeln (vgl. § 8).

Eine vergleichende Gegenüberstellung der Spannungszustände eines zylindrischen Rohres, resultierend aus einer Zugbelastung längs des äußern Umfanges einerseits und einer Druckbelastung längs des innern Umfanges andererseits, welche beide durch die gleiche Radialverschiebung der äußeren Leibung charakterisiert sind, zeigt, daß die erstere bedeutend ungünstigere Zugspannungen verursacht. Da eine Haftung des Betons am Felsen nicht wohl ausgeschlossen, aber ebensowenig sicher erwiesen werden kann, wird man nach Möglichkeit danach trachten müssen, das Schwindmaß des Betons durch nicht zu fette oder trockene Mischungen, sowie langandauerndes Feuchthalten auf ein Minimum zu reduzieren, womit den Beanspruchungen beider Belastungsarten am besten begegnet werden kann. Zudem sollten die Zementhinterpressungen nicht zu früh und, wenn irgendmöglich, erst nach Vollzug der Hauptkontraktion erfolgen. In Wirklichkeit wird die Gefahr einer Überbeanspruchung durch die meist anwesende Gebirgsfeuchtigkeit und die natürliche Tendenz des Gebirges, die vollständige Auslösung seiner Eigendeformationen herbeizuführen und dadurch der Schwindkontraktion nachzufolgen, stark abgemildert.

Aus den Versuchen des Stuttgarter Laboratoriums⁹² geht hervor, daß die Hauptperiode des Schwindens (nämlich 80% des Versuchswertes nach 6 Jahren, welcher sich auf 0,512‰ bezieht), in das erste Jahr nach der Herstellung des Betons fällt und daß nach 3 Monaten bereits 40% (0,202‰) des genannten Endwertes erreicht werden. Diese Zahlenangaben beziehen sich auf einen Beton im Mischungsverhältnis 1 : 3 : 2 bei Erhärtung an der Luft.

Nun weist aber im allgemeinen das Gebirge eine größere oder geringere natürliche Feuchtigkeit auf, durch welche das Schwindmaß ϵ , eine Reduktion erfährt und evtl. sogar, dem Quellen entsprechend, in positive Werte übergeführt werden kann. Für die

rechnungsmäßige Verwertung kann ε^s nur dann dienlich sein, wenn in ihm alle oben genannten Momente in Berücksichtigung gezogen werden.

Zufolge der ungleichen äußern Verhältnisse, in welchen sich die einzelnen ringförmigen Zonen des Gewölbes befinden, und der hieraus resultierenden ungleichen Kontraktion, müssen, unbeeinflusst von äußern Kräften, Eigenspannungen in ihm auftreten. Da aber bisher nähere Anhaltspunkte über die sie verursachenden Umstände fehlen, setzt man zweckmäßig ε_s für die ganze Zylinderstärke als konstant voraus und berücksichtigt in ihm, wie nach vorstehendem verständlich, nur den statisch aktiven Teil des Schwindmaßes.

Damit werde nun auf Grund der oben gegebenen Spannungsgrößen untersucht, inwieweit die Schwindkontraktion überhaupt Spannungen im Wölbungszyylinder hervorrufen kann. Es ist ohne weiteres klar, daß die Radialspannung σ_r in der Berührungsfläche zwischen Beton und Fels den Wert der Haftfestigkeit zwischen diesen beiden Materialien nie überschreiten kann. Diese wird vermutlich etwas geringer als die Zugfestigkeit des Beton selbst anzusetzen sein. Setzt man sie zu $\sigma_H = 10 \text{ kg/cm}^2$ voraus und ergänzend $\nu = 8$; $E' = 150\,000 \text{ kg/cm}^2$

$$\mu = 10; \quad E = \begin{cases} 50\,000 \\ 150\,000 \text{ kg/cm}^2; \quad \varrho_i = 1,38 \text{ m}; \quad \varrho_m = 1,96 \text{ m}, \\ 250\,000 \end{cases}$$

so läßt sich das maximal wirksame Schwindmaß berechnen nach

$$(\varepsilon_s)_{\max} \leq - \frac{N}{2(\nu + 1)GG'(\varrho_m^2 - \varrho_i^2)} \sigma_H = - \begin{matrix} 0,000\,036 \\ 0,000\,023 \\ 0,000\,015 \end{matrix} \cdot \sigma_H$$

und mit $\sigma_H = 10 \text{ kg/cm}^2$ zu

$$(\varepsilon_s)_{\max} \leq - \begin{matrix} 0,000\,36 \\ 0,000\,23 \\ 0,000\,15 \end{matrix}.$$

Unter den erwähnten Verhältnissen, die einem ausgeführten Stollen angenähert entsprechen, wäre es also sehr wohl möglich, daß ein ganz beträchtlicher Teil des Totalschwindmaßes durch die Haftung gehalten werden könnte, wenn die entsprechende Tangentialspannung der innern Leibungsfläche nicht längst das zulässige Maß überschritten hätte. Setzt man die Zugfestigkeit im Mittel auf $\sigma_{\text{Zug}} = 15 \text{ kg/cm}^2$, so berechnet sich umgekehrt das ohne Gefährdung der Konstruktion zur Einstellung mögliche Schwindmaß zu

$$(\varepsilon_s)_{\max} \leq - \frac{N \cdot \sigma_{\text{Zug}}}{4(\nu + 1)GG'\varrho_m^2} = - \begin{matrix} 0,000\,140 \\ 0,000\,086 \\ 0,000\,057 \end{matrix},$$

Werte, die in weniger günstigen Fällen sehr wohl vorhanden sein können.

Die Verhältnisse nach der Achsenrichtung des Stollens sind noch ungünstiger, da hier bei eventueller Ablösung des Gewölbes vom Gebirge eine Entlastung in der Sohle, der unvermeidlich wirkenden Reibungskräfte wegen, nicht erwartet werden kann. So wird sich eine infolge der Schwindkontraktion eintretende Rissebildung ebenfalls in Ebenen normal zur Achsenrichtung offenbaren, was aber natürlich nur für die von den Mundlöchern entfernteren Partien gilt.

Unter der Voraussetzung, daß die vorstehend abgeleiteten Ergebnisse in vollem Umfange für ein Bauwerk zutreffen würden, könnte es als wahrscheinlich gelten, daß dasselbe im Betriebszustande bereits empfindliche Störungen zu erleiden hätte. Nach den bisherigen Erfahrungen zu urteilen, scheint dies aber für die wenigsten Fälle zu treffend zu sein, so daß der Schluß naheliegt, die in Wirklichkeit vorliegenden Verhältnisse meistens günstiger einschätzen zu dürfen. Ein erster Grund dafür kann in der des öfteren reichlich vorhandenen Gebirgsfeuchtigkeit zu suchen sein, welche ein Schwinden ganz zu verhindern oder wenigstens stark hintanzuhalten vermag.

Für die äußern Zonen des Verkleidungsmauerwerkes scheint ein Schwinden überhaupt wenig wahrscheinlich. Es dürfte den Tatsachen besser entsprechen, wenn den äußern Gewölbepartien eine Quellung, den innern keine oder eine leichte Kontraktion zugesprochen wird. Die diesen Deformationen entsprechenden Spannungen berechnen sich nach b II als Folge einer Temperaturverteilung

$$t = t_i + (t_m - t_i) \cdot \frac{\lg r/q_i}{\lg Q_m/q_i}, \quad (93 b)$$

worin t_m und t_i aus mutmaßlichen Werten der örtlichen Schwindmaße $\epsilon_s = \alpha' t$ zu bestimmen wären. Die Zugbeanspruchungen beschränken sich dann auf den innern Teil eines Gewölberinges, während die gesamte übrige Querschnittsfläche unter Druck zu stehen kommt.

Die geschilderte Kräfteverteilung hat bei Stollenbauten jedenfalls mehr Wahrscheinlichkeit für sich, als die einer gleichmäßigen Kontraktion entsprechende. Stets bleibt das Schwinden durch die Vielgestaltigkeit beeinflussender Faktoren eine nie sicher zu erfassende Spannungsursache, welcher am besten in ihrer Entstehung mit allen Mitteln entgegengewirkt wird.

5. Zusammenfassung.

Die äußeren Erscheinungsformen einer durch unterirdischen Aufschluß veranlaßten Störung des Gebirges legen eine große Mannigfaltigkeit an den Tag. Als Ursachen dieser vielgestaltigen Äußerungen

sind zum Teil örtliche, zum Teil zeitliche Umstände anzusprechen, deren Nichtbeachtung bei oberflächlicher Betrachtung leicht zu unentwirrbaren Widersprüchen führt. Aus diesem Grunde hält es äußerst schwer, allein durch die Verarbeitung von Erfahrungstatsachen zu ausreichenden und verwertbaren Erkenntnissen zu gelangen. Praktische Rückschlüsse sind denn auch nur in den seltensten Fällen möglich gewesen. Ein zähes Festhalten an überlieferten Anschauungen der klassischen Erddrucktheorie hat dies mitverschuldet. Mit diesen Vorstellungen wurde eine an sich wohlberechtigte Betrachtungsweise auf allerdings wesensverwandte, in ihren Voraussetzungen jedoch voneinander abweichende Probleme übertragen. Wohl gilt die Erddrucktheorie für kohäsionslose bis schwach kohärente Materialien an der Oberfläche und in deren nächsten Umgebung. Sie versagt jedoch für Probleme in größerer Tiefe und bei allen Betrachtungen, die sich auf einen elastisch-festen Gebirgskörper beziehen.

Es handelt sich da um die Aufdeckung der Spannungsänderungen im gestörten Gebirge. Aus ihnen heraus wird zum mindesten eine erste Deutung, wenn auch nicht immer eine direkte zahlenmäßige Erfassung des Gebirgsdruckes und verwandter Probleme möglich sein. Innerhalb des obengenannten Ursachenkomplexes nehmen diese Störungsspannungen ohne Zweifel die weitaus wichtigste Stellung ein. Sie bilden den Anstoß zu den dynamischen Kraftäußerungen bei mangelhafter Kohäsion, die ihnen parallel gehenden Verformungen die Ursache direkter Aktivität eines festen Gebirgskörpers. Das gilt für sämtliche Gebirgsarten und für jede Tiefe.

Die aus den elastisch-plastischen Verformungen direkt resultierenden Belastungen werden als primäre oder Deformationsbelastungen, die erst in ihrer Folge erscheinenden dagegen als sekundäre oder Zerfallsbelastungen angesprochen. Zur Hauptsache sind es Erscheinungen der letzteren Art, die vornehmlich die Praxis des Tunnelbaues beschäftigen. Diese bezeichnet die Gesamtheit aller irgendwie bemerkbar werdenden Kraftäußerungen als Gebirgsdruck im geläufigen Sinne, und zwar ohne Rücksicht auf deren ganze oder teilweise Zugehörigkeit zu der einen oder anderen dieser Gruppen. Die erste dieser Störungsformen ist durch die Elastizitätslehre mit mehr oder weniger Sicherheit zu beschreiben. Über die in der zweiten Gruppe herrschenden Gesetzmäßigkeiten vermag vielfach die neuere Erddrucktheorie allein, oder dann in Verbindung mit den hier abgeleiteten Spannungszuständen Aufschluß zu geben.

Die Entwicklung dieses Grundgedankens läßt der Hoffnung Raum, daß die Frage nach Art und Größe des bei Durchörterungen eintretenden Spannungswechsels zu interessanten Ausblicken führen kann. Feststellbar bleibt zweifellos der Anteil des Gebirgsdruckes, der dem Wechsel

der statischen Verhältnisse in der Umgebung unterirdischer Aufschlüsse zur Last gelegt werden muß. Nach dieser Erkenntnis fällt es nicht schwer, die in sich verwickelten Erscheinungskomplexe zu zergliedern, Einflüsse lokaler Natur als solche zu erkennen und anderweitig, z. B. tektonisch bedingte, auszuschneiden. Auch kann dabei erwartet werden, daß sich die bisherigen Erfahrungen dieser Gebiete in großen Zügen bestätigt finden.

Wesentlich für die Beurteilung dieser Spannungsverhältnisse und ihrer Folgeerscheinungen sind: die örtliche Tektonik und die physikalischen Eigenschaften der angeschlagenen Gesteine. Vielerorts hat der Gebirgsbau durch Gewölbewirkungen erhöhte Belastungen oder Entlastungen zur Folge, die durch Korrektur der durchschnittlichen Überlagerungshöhe ihre Berücksichtigung finden können. Ebenso bringen die vom Innern gegen die Oberfläche wechselnden Dehnungsverhältnisse des Gebirgskörpers Unterschiede im Verhalten entsprechender Tunnel-lagen und -zonen mit sich.

Die Entstehungsgeschichte der Gesteine weist auf vielgestaltige physikalische und chemische Änderungen hin, welchen sie Ort für Ort in fast unüberbarem Wechsel unterworfen waren. In Übereinstimmung damit ist ihr Verhalten gegenüber der Kräfteverteilung, wie sie im mechanisch festen Gebirge zur Wahrung des Gleichgewichtes notwendig ist, innerhalb weiter Grenzen veränderlich. Eine Verminderung der Kohäsionswerte begünstigt natürlich die auf ihnen basierenden Zerstörungstendenzen (Firstdruck, seitlicher Schub usw.). Örtliche Festigkeitsverhältnisse bilden somit das Hauptagens des sekundär erzeugten Gebirgsdruckes, dessen gesetzmäßige Einleitung durch den Spannungszustand des elastisch-festen Gebirges gegeben ist. Es schien daher zweckmäßig, die Gesteine unter sich nach statisch bedeutsamen Kohäsionswerten abzugrenzen, was zu der einleitend durchgeführten Gesteinsklassifikation auf roher geologischer Basis führte.

Eine zweite wichtige Gruppe physikalischer Werte, diejenige der Elastizitätsgrößen, macht sich in einem anderen Sinne geltend: Sie beeinflußt schon den Spannungszustand an sich. Hierbei erweist sich der Einfluß des Elastizitätsmoduls als rein quantitativer, derjenige des Querkontraktionskoeffizienten als rein qualitativer Natur. Dies insofern, als die Abweichungen auf den störungsfreien Zustand des Gebirges bezogen werden.

Es ist daher von großer, oft sogar von ausschlaggebender Bedeutung, welche Elastizitätsziffern zur Beurteilung der vorliegenden Probleme herbeigezogen werden und welcher Art von Versuchsreihen sie entstammen. Die Abklärung dieser Frage und die Beurteilung des Einflusses wichtiger Eigenschaften der Arbeitsdiagramme wurde im dritten Abschnitte ausführlich versucht. Es zeigte sich, daß bei drei-

achsigen Spannungszuständen die Eindeutigkeit der als Tangentenwerte definierten variablen Elastizitätsgrößen nur unter eng umschriebenen Dehnungsverhältnissen gewahrt bleibt. Mit dieser Beschränkung ist eine Unsicherheit in den Ergebnissen verbunden, die durch eine systematische Erforschung der Dehnungsdiagramme bei räumlicher Beanspruchung einigermaßen beseitigt werden könnte.

Von besonderer Bedeutung ist das Verhalten der Querkontraktionszahl μ . Dieser Begriff läßt sich sowohl auf feste, als auch auf lockere Materialien anwenden. Résal und Lorenz führen über theoretische Betrachtungen zu einem ersten, Heim durch die seinerseits dargestellte Tatsache der latenten Plastizität zu einem zweiten Kennwert der Materie. Letzterer gründet sich auf eine Wechselbeziehung zwischen Inkompressibilität und latenter Plastizität. Diese zwanglose Einordnung auch inkohärenter Materialien in die Reihe der massigen festen Körper berechtigt zur Annahme, daß die ersteren als Inhomogenitäten eines Gebirgsbaues dessen Kräftebild nicht bedeutsam zu beeinflussen vermögen. Ein solches wird daher, als brauchbarer Ausgangspunkt für alle Gleichgewichtsfragen im Gebirgsinnern, durch die Elastizitätslehre geliefert.

Das verschiedene Verhalten eines Materiales im Falle einer Belastung oder Entlastung gab Veranlassung, die engeren Probleme des Tunnel- und Druckstollenbaues grundsätzlich voneinander zu scheiden. Jene äußeren Beziehungen, welche zwischen einer einfachen Durchörterung als Vorläufer und dem zu beliebigen Zwecken ausgebauten unterirdischen Bauwerke bestehen, berührt diese Trennung natürlich nicht. Eine Rücksichtnahme auf die bereits vorbestehende Störung bleibt für den Druckstollen unerläßlich, wenn seine Stellung zum Gebirgs ganzen in sicheren Umrissen gezeichnet werden soll. Im weiteren dürfen jedoch die beiden Bauten, was den Zweck ihrer Mauerung und das typische Verhalten der sie umschließenden Gesteinshülle anbelangt, einander keinesfalls zu nahe gestellt werden.

Es blieb Aufgabe und Versuch dieser Schrift, die Spannungsverhältnisse in der Umgebung künstlich geschaffener unterirdischer Hohlräume in eine mathematische Fassung zu bringen. Zu diesem Zwecke wurde das Gebirge in eine unendliche Zahl schnittdünnere Scheiben zerlegt und deren Spannungsverteilungen im ungestörten und gestörten Zustande festgelegt. Zu dieser Ermittlung wurde die Airy'sche Spannungsfunktion verwendet. Durch besondere Verhältnisse begünstigt, konnten die Betrachtungen auf Grund eines räumlichen Spannungszustandes erweitert werden. Unveränderlich für sämtliche Probleme im Gebirgsinnern ließen sich die äußeren Randbedingungen ein für allemal zur Einführung bringen. Der Stellung ausgezeichneter Schnitte zum Gebirgs ganzen wurde nach Möglichkeit Rechnung ge-

tragen, was in der Unterscheidung von Lehen- und Tiefentunneln und deren Portalen zum Ausdruck kommt. Von da ab erschließt die Einführung der inneren Grenzbedingungen die einzelnen Probleme.

Der unverkleidete Stollen zeigt Zugfelder in Decke und Sohle und eine hohe Druckkonzentration an den Seitenstößen. Dieses Bild weist deutlich auf die Auslösung sekundärer Kraftwirkungen hin, die als Folge von Überbeanspruchungen nach und nach wachgerufen werden. So findet der wachsende Gebirgsdruck seine Erklärung in der Unfähigkeit des Gebirges, die ihm naheliegendste Kräfteverteilung auf die Dauer zu halten.

Es sind dreierlei Arten des Gebirgsdruckes zu unterscheiden. Entweder ist er auf plötzlich wirksame größere Bewegungen, einen langsam bis rasch fortschreitenden Zerfall, oder auf die Deformationen des Gebirgsmantels zurückzuführen. Von Abschiebungen unstabiler Komplexe über vorhandene oder herauszubildende Gleitflächen wird leicht das rollige bis schwach kohärente Material betroffen. Mathematische Überlegungen zeigen, daß dieses in einer mittleren Tiefe seines normalen Vorkommens die geringste Gefährlichkeit aufweist. Die Größenordnung der hier fraglichen Belastungen gibt die neuere Erddrucktheorie.

Für die zweite Art des Gebirgsdruckes (Zerfallsbelastung) ist die Einziehung eines Gewölbes erforderlich, das imstande ist, den gegen den vordringenden Bruch schützenden Umschlingungsdruck, wie er an der bleibenden Begrenzungslinie des unzerstörten Felsens wirksam sein muß, aufzunehmen. Wie früher erwähnt, dürfte es auf Grund einer passenden Weiterentwicklung der hier gegebenen Störungsspannungen möglich sein, brauchbare Anhaltspunkte über diese Größe zu gewinnen. Für die dritte Art der Gewölbebelastung, ihrem Wesen nach als Deformationsdruck zu bezeichnen, sind solche direkt aus geschlossenen Formelwerten zu erheben.

Bezieht man diese Betrachtungen auf ein durch und durch gleichartiges schwach kohärentes Material, so charakterisiert sich dessen Verhalten von der Oberfläche zur Tiefe ungefähr folgendermaßen: In unmittelbarer Nähe der Oberfläche neigt dieses Gebirge leicht zu Tagebrüchen und relativ hohen Belastungen. Mit wachsender Tiefe kommt zunächst die Hauptgefahr in die First, später gleichzeitig in sie und an die Stöße zu liegen. Hier ist nicht nur auf eine gute Sicherung der Decke, sondern in erster Linie auf eine solche der Ulmen Gewicht zu legen. Mit fortschreitender Verdichtung des Materiales wird in sehr großen Tiefen erst eine ringförmige Druckwirkung wechselnder Intensität, schließlich eine allseitige, hydrostatischen Verhältnissen nahestehende Belastung in Wirksamkeit treten. Die Inhomogenität des Gebirges, sein geologischer Bau und andere lokal wirkende Faktoren bringen es mit

sich, daß die beschriebenen Verhältnisse in Wirklichkeit fast immer verschleiert bleiben.

Eine direkte Übertragung der durch die Störung veranlaßten elastisch-plastischen Deformationen auf den Einbau wird nur in selteneren Fällen stattfinden können. Ein Druck dieser Größenordnung ist in bedeutenden Tiefen unter der Herrschaft niedriger Werte von μ zu erwarten. Ein Gleiches gilt sowohl bei latentem Fließvermögen des Gebirges, als auch in den von Natur aus plastischen und schwimmenden Massen. In all diesen Fällen kommen die Zugzonen zum verschwinden, der Druck nimmt mit wachsender Überlagerung an Gleichförmigkeit zu und ist mehr und mehr normal zur Gewölbeleibung tätig.

Je mehr sich einem weniger kohärenten Gebirge Gelegenheit bietet, durch Auflockerungen von dem durch seine Elastizität bedingten Gleichgewichtszustande abzuweichen, desto ausgiebiger bedarf es später der Stützung. Es erscheint daher geboten, einen fühlbar werdenden Gebirgsdruck so schnell wie möglich abzufangen. Seine Größe wird nie mit Sicherheit angegeben werden können, solange der Bauvorgang selbst nicht nach bestimmten Voraussetzungen der Theorie zu richten sein wird. Es müßte denn eine rechnerische Behandlung gefunden werden, welche die für das Ergebnis wichtigen und praktisch nicht zu umgehenden Umstände während des Baues mit genügender Annäherung zu fassen vermöchte. Solange jedoch Auflockerungen, Zermürbungen usw. während des Bauvorganges möglich sind, wird auch der Gebirgsdruck aller Voraussicht nach zu einem guten Teile zufälliger Natur bleiben. Trotz dieser Schwierigkeiten ist die Theorie sehr wohl imstande, einen Minimalquerschnitt der erforderlichen Tunnelgewölbe für fast sämtliche sekundären Belastungsfälle anzugeben.

In strengem Gegensatz zu dem mehr zufälligen Verhalten des Gebirgsdruckes steht die innere Belastung eines Druckstollens. Sie kann ganz nach Gutdünken den in Frage stehenden lokalen Verhältnissen der Stollenumgebung angepaßt werden. Der Gesteinshülle in erster Linie einen passiven Widerstand abnötigend, verstärkt sie bei Zerfallsbelastung auch deren aktive Wirkung. Die für das Gleichgewicht erforderlichen Zugkräfte treten belastend zu den bestehenden in Sohle und First, je nachdem erst jetzt zu Zerfall Anlaß gebend oder eine bereits eingeleitete Zerstörung unterstützend. Diese Umfangspartien müssen daher stets als die schwächsten des Hohlraumes angesehen werden. Wenn auch die Konstitution des Gebirges für sich allein einen ganzen oder partiellen Einbau gegen aktive Wirkungen nicht erforderlich macht, so kann ein solcher bei Druckstollen nach Aufgabe des Betriebsinnendruckes notwendig werden.

Entscheidend für die Art der Auswölbung einer Druckstollenbaute ist die Erwägung der beiden nachstehenden Fragen: Zeigt das Gebirge

unter den aufzunehmenden Betriebsdrücken eine genügende Wasserdichtigkeit? Ist es kraft seiner Festigkeitsverhältnisse in der Lage, die Aufnahme der entsprechenden Gegenwirkung ohne Gefahr zu gewährleisten? Zu ihrer Beantwortung wird es unumgänglich notwendig sein, das Gebirge versuchsweise abzapressen und eingehend in Augenschein zu nehmen. Wenn immer möglich, sollte im Interesse einer Abklärung tunnel- und stollenbautechnischer Fragen das Gestein im Laboratorium auf seine Festigkeit und Arbeitsdiagramme hin geprüft werden. Nach dem Ergebnis dieser Untersuchungen hat sich die konstruktive Durchbildung der Druckstollenauskleidung im großen und im einzelnen zu richten.

Ihre erste Aufgabe ist, hydraulischen Anforderungen Genüge zu tun. Nun lehrt die Entwicklungsgeschichte des Druckstollens, daß dessen Auskleidung infolge der Elastizität und Plastizität des Gebirges überdies mit statischen Funktionen belegt wurde. Auf näheres Zusehen hin zeigt sich aber, daß dies in den wenigsten Fällen eine unbedingte Forderung für die betreffende Baute ist, und daher sehr wohl eine Umgehung gestattet. Darüber kann aber nur von Fall zu Fall und von Ort zu Ort entschieden werden.

Die Temperatureinflüsse auf unterirdische Gewölbebauten lassen sich leicht mit Hilfe von Maximalwerten überblicken. Ihre Auswirkung ist meist weniger harmlos, als wie es bei flüchtiger Betrachtung den Anschein haben könnte. Schon der Unterschied des Jahresmittels der Betriebstemperatur gegen diejenige zur Zeit des Abbindeprozesses erzeugt eine dauernd wirkende Vorspannung. Diese sollte nach Möglichkeit so erzwungen werden, daß sie entlastend in den Gewölberingen tätig ist. Eine gedrückte Ausmauerung wäre daher oberhalb, eine gezogene unterhalb des genannten Jahresmittels einzuziehen. Nie sollte eine Abweichung im gegensätzlichen Sinne, insbesondere bei Druckstollen, größeren Umfanges sein. Eine solche könnte hier leicht zu unerwünschter Rissebildung und nachfolgenden Infiltrationen führen.

Im allgemeinen sind Temperatursprünge, gleichgültig welcher Herkunft, im Hinblick auf die von ihnen hervorgerufenen ungünstigen lokalen Beanspruchungen tunlichst zu vermeiden. Aus dem gleichen Grunde ist von einer Verwendung schnellbindender Zemente abzuraten, die infolge ihrer außerordentlich hohen Abbindewärme eine für den nachfolgenden Temperaturwechsel ungünstige spannungslose Ausgangskurve schaffen.

In natürlichen Gesteinen findet sich zumeist eine mehr oder minder starke Durchfeuchtung vor. Sie hat eine Steigerung ihrer Wärmeleitfähigkeit und spezifischen Wärme zur Folge. Je nach der Zweckbestimmung der unterirdischen Baute wird dadurch der Verlauf der

Temperaturspannungen in einem günstigen oder ungünstigen Sinne beeinflusst. Von größerer Wichtigkeit aber ist, daß diese natürliche Feuchtigkeit eine Verminderung der gefährlichen Schwindspannungen mit sich bringt.

Dem Einfluß der Temperatur- und Schwindspannungen muß bei Druckstollenbauten eine besondere Aufmerksamkeit zugewendet werden. Eine kräftig wirkende Wärmeisolation läßt ein Spannungsbild erzwingen, das die Auswölbung vor tiefgehender Rissebildung zu schützen vermag. Nur schwer wird sie aber in die Tat umzusetzen sein. Der stärksten Gefährdung durch Zugrisse ist die innerste Gewölbehaut in Richtung der Stollenachse und normal dazu ausgesetzt. Ihr sollte daher stets, wo es gilt, auch harmlosere Rissebildungen zu vermeiden, nach bestem Vermögen eine hohe Zugfestigkeit verliehen werden.

Die in der Beurteilung der jeweiligen Aktivität des Gebirges bestehende Unsicherheit läßt es nicht zu, gegebenenfalls einen vom Berge her anfallenden Druck zur Entlastung der Zugwirkungen eines inneren Überdruckes heranzuziehen. Auch kann die Druckstollenauskleidung mit der für sie notwendigen Sorgfalt nur im Schutze eines den äußeren Druck abschirmenden Tunnelgewölbes erstellt werden.

Als reine Dichtungshaut sollte sie möglichst nachgiebig und dünn vorgesehen werden, um nennenswerte Beanspruchungen von sich fernzuhalten; dies auch mit Rücksicht auf die Temperaturwirkungen, welche ein mit der Steifigkeit des Materiales proportionales Wachstum zeigen. Bei zweckmäßiger Wahl des Auskleidungsmateriales, die im Hinblick auf geringere Beanspruchungen auch uneingeschränkter erfolgen kann, dürften hieraus offenbar die sichersten und billigsten Lösungen resultieren.

Je mehr die Dichtungshaut gleichzeitig den Felsen vor Zugbeanspruchungen schützen soll, desto steifer muß sie ausgebildet werden. Mit einer Steigerung der an sie gestellten statischen Anforderungen werden die Schwierigkeiten einer sicheren Dichtung wachsen, wenn nicht ein zugfestes oder gar zähes Material zur Anwendung kommen soll. Eine Vergrößerung der Wandstärke, zwecks Verringerung der Beanspruchungen, wird über ein gewisses Maß hinaus wenig nützlich sein.

Der Aufgabenkomplex kann auch getrennten Gliedern zugewiesen werden: Ein äußerer Zugring übernimmt den statischen Anteil, eine besondere Dichtungshaut die Sicherstellung hydraulischer Anforderungen. Unter günstigen Umständen wäre in diesem Falle eine Vereinigung des Zugringes mit dem Druckgewölbe denkbar, sofern natürlich für dieses letztere eine Notwendigkeit besteht.

Schließlich verbleibt über die Gewölbeform zu sagen, daß das kreisrunde Profil für Bauten unter innerem Überdruck das gegebene ist,

sobald es sich um einen Zugring handelt. Desgleichen wenn das Gebirge zu Infiltrationen neigt und die einzubringende Dichtungshaut, beabsichtigt oder unbeabsichtigt, Zugkräften unterworfen wird. Ein allfällig notwendiges äußeres Druckgewölbe wird natürlich dieser Form angepaßt.

Im Tunnelbau besteht für kreisförmige Querschnitte solange keine Notwendigkeit, als die Druckkräfte erst Teile des Umfanges erfaßt haben; das zeigt sich an der anhaltenden Tendenz zu Firstdruck. Nur dort, wo nahezu allseitige Drücke zu erwarten sind, was sich durch Stauchungen und Ausknickungen in Decke und Sohle verrät, muß das Kreisprofil zumeist als zweckmäßig gelten. Sobald es größere Teile des gesamten Baues belegt, soll es auch durchgehends zur Anwendung gelangen.

Literatur.

Abkürzungen: S. B. Z. = Schweizerische Bauzeitung,
Z. d. V. D. I. = Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure,
F. A. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten,
M. L. M. = Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen
Laboratorium München.

a) Allgemeines, Tunnelbau und Gebirgsdruck.

1. Handbuch der Ingenieurwissenschaften. I. Teil, Bd. 5, Tunnelbau 1920.
2. Ržiha, F.: Lehrbuch der gesamten Tunnelbaukunst 1864/65. 1867–72.
3. Heim, A.: Mechanismus der Gebirgsbildung. Basel 1878.
4. Ders.: Zum Mechanismus der Gebirgsbildung. Z. d. Dt. Geol. Ges. 1880.
5. Ders.: Spannungsmetamorphose des Walliser Anthrazit und einige Folgerungen daraus, Vierteljahrshr. d. Naturforsch. Ges. Zürich 1896.
6. Ders.: Gneißfältelung im alpinen Zentralmassiv. Dasselbst 1901.
7. Ders.: Tunnelbau und Gebirgsdruck. Vierteljahrshr. d. Naturforsch. Ges. Zürich 1905.
8. Ders.: Nochmals über Tunnelbau und Gebirgsdruck und über die Gesteinsumformung bei der Gebirgsbildung. Dasselbst 1908.
9. Ders.: Einiges aus der Tunnelgeologie. Mitt. d. Geol. Ges. Wien 1908.
10. Ders.: Zur Frage der Gebirgs- und Gesteinsfestigkeit. S. B. Z. 1912 I.
11. Ders.: Das Gewicht der Berge. Jahrb. d. Schweiz. Alpenklubs. 1918.
12. Schmidt, C.: Untersuchungen über die Standfestigkeit der Gesteine im Simplontunnel. Gutachten a. d. Generaldirektion der S. B. B. Basel 1907.
13. Brandau, K.: Das Problem des Baues langer tiefliegender Alpentunnels und die Erfahrungen beim Bau des Simplontunnels. S. B. Z. 1909 I u. II.
14. Brandau, R.: Der Einfluß des Gebirgsdruckes auf einen tief im Erdinnern liegenden Tunnel. S. B. Z. 1912 I.
15. Rothpletz, F.: Bergschläge im Simplontunnel. S. B. Z. 1914 II.
16. Ders.: Woran leiden unsere Eisenbahntunnels. S. B. Z. 1918 I.
17. Wiesmann, E.: Ein Beitrag zur Frage der Gebirgs- und Gesteinsfestigkeit. S. B. Z. 1909 I.
18. Ders.: Über Gebirgsdruck. S. B. Z. 1912 II.
19. Ders.: Über die Stabilität von Tunnelmauerwerk. S. B. Z. 1914 II.
20. Bechtle, R.: Brennerscheinungen in Tunnels der Gotthardbahn. S. B. Z. 1890 II.
21. Wagner, C. J.: Tunnelbau und Gebirgsdruck. S. B. Z. 1905 II.
22. Weinschenk, E.: Über die Plastizität der Gesteine. Zentralbl. f. Mineralogie. 1902.
23. Ritter, W.: Die Statik der Tunnelgewölbe. Berlin 1879.
24. Engesser, F.: Über den Erddruck gegen innere Stützwände (Tunnelwände). Dt. Bauztg. 1882.
25. Kötter, F.: Die Entwicklung der Lehre vom Erddruck. Jahresber. d. Dt. Mathematikervereinigung II. 1891/92.
26. Kommerell, O.: Statische Berechnung von Tunnelmauerwerk. 1912.

27. Nowak, H.: Handbuch für Eisenbetonbau. VII, V. Kap. Tunnelbau usw. 1912.
28. Willmann, E. v.: Über einige Gebirgsdruckerscheinungen in ihren Beziehungen zum Tunnelbau. Fortschr. d. Ing.-Wiss. 2. Gruppe, H. 26. Leipzig 1911.
29. Ders.: Eine bei Tunnelwiederherstellungsarbeiten auftretende Gebirgsdruckerscheinung. Dt. Bauzg. 1912 II.
30. Ders.: Die Instandsetzung alter Eisenbahntunnel. 1913.
31. Willheim, F. u. Leon, A.: Über die Zerstörungen in tunnelartig gelochten Gesteinen. Oest. Wochenschr. f. d. öffentl. Baudienst H. 44, 1910 u. H. 16, 1912.
32. Dies.: Die Verteilung des Gebirgsdruckes und dessen Störungen durch den Bau tiefliegender Tunnels. Z. f. Arch.- u. Ing.-Wesen. 1914.
33. Dolezalek: Der Eisenbahntunnel. Berlin, Wien 1919.
34. Eckardt, A.: Die mechanischen Einwirkungen des Abbaues auf das Verhalten des Gebirges. Z. „Glückauf“ 1913 I.
35. Weithofer, K.: Über Gebirgsspannungen und Gebirgsschläge. Jahrb. d. geol. Reichsanstalt. Wien 1914.
36. Credner, H.: Elemente der Geologie. Leipzig 1912.
37. Stiny, J.: Technische Geologie. 1922.
38. Rinne, F.: Gesteinskunde. Leipzig 1921.

b) Theorie.

39. Kirsch, G.: Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. Z. d. V. D. I, 1898 II.
40. Lorenz, H.: Lehrbuch der technischen Physik Bd. 4. Technische Elastizitätslehre. München 1913.
41. Timpe, A.: Probleme der Spannungsverteilung in ebenen Systemen. Dissertation. Leipzig 1905.
42. Föppl, A.: Vorlesungen über technische Mechanik. Bd. 3 und 5. 1909, 1920.
43. Bach, C.: Elastizität und Festigkeit. 1911.
44. Love, A. E. H.: Lehrbuch der Elastizität. Deutsch von A. Timpe. 1907.
45. Kirchhoff, G.: Vorlesungen über mathematische Physik. I. Mechanik. Leipzig 1897. IV. Theorie der Wärme. 1894.
46. Résal, J.: Poussée des terres, 2me partie. Paris 1910.
47. Mohr, O.: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials: Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik. Berlin 1914.
48. Voigt, W., Mohr, O., Voigt, W.: Zur Festigkeitslehre; Annalen der Physik. Bd. 4, H. 3, 1901; Z. d. V. D. I. 1901 I; Z. d. V. D. I. 1901 II.
49. Roth, P.: Die Festigkeitstheorien und die von ihnen abhängigen Formeln des Maschinenbaues. Z. f. Math. u. Phys. 1903.
50. Mysz, E.: Beitrag zur Theorie des Druckversuches. Dissertation. Darmstadt. 1909.
51. Hager, K.: Spannungen in gleichmäßig gedrückten Prismen. Festschrift O. Mohr. Berlin 1916.
52. Lorenz, H.: Das Verhalten fester Körper im Fließbereich. Leipzig 1922. Erweiterte Sonderausgabe aus der Z. f. techn. Phys. Jg. II, Nr. 10 und 12, und Jg. III, Nr. 3.
53. Lipschitz, R.: Beweis eines Satzes der Elastizitätslehre. J. f. reine u. angew. Math. (Crelle). Bd. 78, 1874.

54. Leon, A.: Über die Störungen der Spannungsverteilung, die in elastischen Körpern durch Bohrungen und Bläschen entstehen. Oesterr. Wochenschr. f. d. öffentl. Baudienst. 1908.

55. Mehnke, R.: Zum Gesetz der elastischen Dehnungen. Z. f. Math. u. Phys. 1897.

56. Engesser, F.: Über die Knickfestigkeit gerader Stäbe. Z. Hann. Ing.-V. 1889.

57. Ders.: Über statisch unbestimmte Träger bei beliebigem Formänderungsgesetz. Das. 1889.

58. Bredt, R.: Das Elastizitätsgesetz und seine Anwendung für die praktische Rechnung. Z. d. V. D. I. 1898 I.

59. Meyer, E.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stäben, deren Material dem Hookeschen Gesetz nicht folgt. Z. d. V. D. I. 1908 I.

c) Versuche.

60. Berliner, S.: Über das Verhalten des Gußeisens bei langsamen Belastungswechseln. (Diss. Göttingen 1906) oder Ann. Phys. 20 (1906).

61. Kármán, Th. v.: Untersuchungen über Knickfestigkeit. F. A. H. 81.

62. Ders.: Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck. F. A. H. 118.

63. Böker, R.: Die Mechanik der bleibenden Formänderung in kristallinisch aufgebauten Körpern. F. A. H. 175/76.

64. Wehage, H.: Die zulässige Anstrengung eines Materials bei Belastung nach mehreren Richtungen. Z. d. V. D. I. 1905 I.

65. Plank, R.: Das Verhalten des Querkontraktionskoeffizienten des Eisens bis zu sehr großen Dehnungen. F. A. H. 133.

66. Krüger, W.: Untersuchungen über die Anstrengung dickwandiger Hohlzylinder unter Innendruck. F. A. H. 87.

67. Grübler, M.: Vergleichende Festigkeitsversuche an Körpern aus Zementmörtel. F. A. H. 40.

68. Herbert, H.: Über den Zusammenhang der Biegeelastizität des Gußeisens mit seiner Zug- und Druckelastizität. F. A. H. 89.

69. Bretschneider, O.: Versuche zur Ermittlung der Längs- und Querdehnung auf Zug beanspruchter Stäbe. F. A. H. 121.

70. Preuß, E.: Versuche über Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben. F. A. H. 126.

71. Hartig, E.: Der Elastizitätsmodul des geraden Stabes als Funktion der spezifischen Beanspruchung. Zivilingenieur 1893.

72. Kick, F.: Die Prinzipien der mechanischen Technologie und die Festigkeitslehre. Z. d. V. D. I. 1892.

73. Bauschinger, J.: Über die Querkontraktion und Querdilatation bei der Längenausdehnung und -zusammendrückung prismatischer Körper. Zivilingenieur 1879.

74. Ders.: Festigkeit verschiedener Bausteine. M. L. M. H. 4.

75. Ders.: Elastizitätsmodul und bleibende Zusammendrückung. M. L. M. H. 5.

76. Ders.: Gesetz der Druckfestigkeit. M. L. M. H. 6.

77. Ders.: Elastizität und Festigkeit der Bausteine in Bayern. M. L. M. H. 10.

78. Föppl, A.: Die Biegeelastizität von Steinbalken. M. L. M. H. 24.

79. Ders.: Abhängigkeit der Bruchgefahr von der Art des Spannungszustandes. M. L. M. H. 27.

80. Bach, C.: Zur Ermittlung der Zug- und Druckelastizität. Z. d. V. D. I. 1898 I.

81. Ders.: Zur Frage der Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen bei Sandstein. Z. d. V. D. I. 1900 II.
82. Ders.: Versuche mit Granitquadern zu Brückengelenken. F. A. H. 17. 1904.
83. Ders.: Versuche mit Sandsteinquadern zu Brückengelenken. F. A. H. 20.
84. Ders. u. R. Baumann: Festigkeitseigenschaften und Gefügebilder der Konstruktionsmaterialien. Berlin 1915.
85. Schäfer, Cl.: Über den Einfluß der Temperatur auf die Elastizität der Metalle. Ann. Physik Bd. 5. 1901.
86. Rudeloff, M.: Versuche mit Eisenbetonsäulen. Dt. Ausschuß f. Eisenbeton, H. 5.
87. Kleinlogel, A.: Über neuere Versuche mit umschnürtem und ringbewehrtem Beton. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Berlin 1912.
88. Cardani, P.: Direkte Bestimmung der Poissonschen Beziehung in Drähten. Phys. Z. Bd. 4. 1902/03.
89. Morrow, J.: On an Instrument for Measuring the Lateral Contraction of Tie-bars, and on the Determination of Poisson's Ratio. Phil. Mag. 6. Serie. 1903 II.
90. Kirsch, B.: Beitrag zum Studium des Fließens. Mitt. K. techn. Versuchsanst. Berlin. V—VII. 1887—89.
91. Hartmann, L.: Sur le mécanisme de la déformation permanente dans les métaux soumis à l'extension. Comptes Rendus. 1911 I.
92. Graf, O.: Volumenänderungen des Betons und dabei auftretende Anstrengungen in Beton- und Eisenbetonkörpern. Z. d. V. D. I. 1912.

d) Druckstollen.

93. Handbuch der Ingenieurwissenschaften. III. Teil. Der Wasserbau. Bd. 2, Stauwerke. 2. Abt. Talsperren. 1912.
94. Ludin, A.: Die Wasserkräfte. 1913.
95. Mattern, E.: Die Ausnutzung der Wasserkräfte. 1908.
96. Rothpletz, F., Rohn, A., Büchi, J.: Gutachten über die Ribbildung im Druckstollen des Ritomwerkes vom 20. September 1920.
97. Büchi, J.: Zur Berechnung von Druckschächten. S. B. Z. 1921 I.
98. Mühlhofer, L.: Die Berechnung kreisförmiger Druckschachtprofile unter Zugrundelegung eines elastisch-nachgiebigen Gebirges. Z. Öst. Ing.-V. Jg. 73. 1921.
99. Ders.: Theoretische Betrachtungen zum Problem des Druckstollenbaues. S. B. Z. 1921 II.
100. Maillart, R.: De la construction de galeries sous pression intérieure. Bull. Techn. de la Suisse Romande Nos 22, 23, 25, 1922, u. 4, 5, 1923. Über Gebirgsdruck S. B. Z. 1923 I.
101. Graber, O.: Der Bau von Druckstollen für Wasserkraftwerke, Beton und Eisen. 1923, H. 13.
102. Posch, E. v., u. Mühlhofer, L.: Kontroverse über „Die Spannungsverhältnisse in Druckstollen“. Wasserkraft 1923, H. 6, 8, 12, 14.
103. Fantoli, G.: Sul problema delle gallerie e dei pozzi scavati in roccia. Ann. del Consiglio superiore delle acque pubbliche. Fascicolo 2^o. 1923.
104. Bericht der Druckstollenkommission über den Druckstollen des Kraftwerkes Amsteg, erstattet im Auftrage der Generaldirektion der S. B. B. November 1923.