

## Przegląd wybranych rozwiązań teoretycznych jednoosiowej konsolidacji gruntów

Bartłomiej Szczepan Olek<sup>1</sup>



Review of selected theoretical solutions for uniaxial consolidation of soils. *Prz. Geol.*, 66: 309–320.

*Abstract.* This paper presents the review on available approaches to predicting consolidation settlement of cohesive soils. The progress of deformation in clays is visualized as the combination of hydrodynamic and rheological processes. The first part deals with infinitesimal consolidation theories. The second part is a review of finite strain solutions that describe consolidation of soils. Non-linear one-dimensional consolidation of a thin and thick clay deposit considering linear void ratio-log effective stress relationship, self-weight of soil, constant volume ( $1 + \text{void ratio}$ ), thickness of clay layer and coefficient of consolidation also were considered. This aspects was illustrated for different cases on the basis of variations of degree of consolidation obtained both for settlements and dissipation of excess pore water pressures. In addition attention was paid to non-linearity of permeability and compressibility during consolidation course, variability of coefficient of consolidation and time-dependent soil response.

**Keywords:** mathematical modelling, creep, rheology, finite strain, small strain, uniaxial consolidation

Podczas projektowania fundamentów oraz nasypów, szczególnie na słabo przepuszczalnym podłożu ilastym, kluczowe znaczenie ma trafne przewidywanie wielkości i czasu osiadań. Dokładność prognoz na tym etapie prac jest uzależniona od przyjętych założeń teoretycznych, które odwzorowują rzeczywiste zachowanie obciążanego ośrodka gruntowego. Pierwsza próba opisu procesu konsolidacji przeprowadzona przez Terzaghiego charakteryzowała się znacznymi uproszczeniami oraz idealizacjami. Opis teoretyczny konsolidacji został oparty na podobnej strukturze zależności matematycznych jak w przypadku procesu termodynamicznego, w którym zmienne oznaczały jednak inne cechy fizyczne. Z jednej strony teoria klasyczna zaspokajała potrzebę przygotowania analitycznego narzędzia, które można było zastosować w praktyce inżynierskiej, a z drugiej – dostarczyła istotnych wskazówek dla przyszłych udoskonaleń. Interpretacja klasycznej konsolidacji za pomocą modelu wykorzystującego analogię do elementu sprężystego doprowadziła do rozwijania podejścia reologicznego przez wielu kolejnych badaczy. Fakt oparcia rozwiązania na wysoce wyidealizowanej zależności naprężenie–odkształcenie, charakteryzującej się bardzo niewielką złożonością matematyczną oraz ograniczoną tożsamością materialną (grunt jako materiał praktycznie nigdy nie spełnia warunku Hooke’a), wpłynął na intensywny rozwój modeli odwzorowujących proces konsolidacji. Istotną rolę odegrało m.in. równoległe połączenie ciała Hooke’a i Newtona (Glazer, 1985).

W szczegółowym ujęciu aplikacyjnym rozwiązania problemu konsolidacji były prowadzone dwutorowo. Pierwsze stanowiło założenie konstytutywnego modelu i ściśle sformułowanie problemu (Biot, 1941; Carter i in., 1979; Szefer, 1980). Drugie polegało na ujęciu wszystkich właściwości gruntu jako jednego parametru – współczynnika konsolidacji ( $c_v$ ) i uzyskanie go metodami eksperymentalnymi (Terzaghi, 1925; Mikasa, 1965; Gibson i in., 1967).

Celem niniejszej pracy jest analiza najistotniejszych rozwiązań opisu konsolidacji jednoosiowej pod kątem pomocy w doborze najlepiej dostosowanych aplikacji i zwrócenia uwagi na wynikające z nich zalety i wady. Ze względu na objętość analizowanego materiału teoretycznego w artykule zrezygnowano z pierwszej grupy metod rozwiązania problemu konsolidacji wywodzących się z teorii zaproponowanej przez Biota (1941). Ograniczono się do konsolidacji jednoosiowej gruntów dwufazowych (faza stała i ciekła) bazującej tylko na podejściu zaproponowanym przez Terzaghiego. Praca nie obejmuje zagadnień falowych w dynamicznej teorii konsolidacji (Kubik i in., 2000), występowania źródeł masy i ciśnienia (Gaszyński, 1998), anizotropii przepływu, wpływu pola elektrycznego (Strzelecki, 1982) i temperatury (Strzelecki, 2006) na zachowanie gruntu. Syntetyczny przegląd istotnych rozszerzeń klasycznego opisu konsolidacji może być pomocny podczas wyjaśniania rozbieżności między empirycznym zachowaniem różnych badanych gruntów a powszechnie przyjmowanymi standardami odnośnie laboratoryjnych metod interpretacji badań konsolidacji. Analizowane rozwiązania, wobec rozległości tematyki, przedstawiają autorską próbę ich klasyfikacji. Najbardziej ogólna wydaje się klasyfikacja, która uwzględnia wielkość deformacji (zakres odkształceń, dla jakiego będzie rozwiązywany postawiony problem). W mechanice *continuum* wyróżnia się małe i duże odkształcenia. Zakres tych pierwszych dotyczy przypadku, gdy przemieszczenia cząstek są znacznie mniejsze niż jakiegokolwiek istotny wymiar ciała gruntu. Natomiast zakres dużych odkształceń nawiązuje do sytuacji, gdy wielkość deformacji jest znacząca i występuje zmiana geometrii oraz właściwości konstytutywnych materiału. Na podstawie tego rozgraniczenia skupiono się na fizycznych czynnikach zmienności, które warunkują przebieg konsolidacji. W tym aspekcie wzięto pod uwagę przepuszczalność, ściśliwość, zmienność współczynnika konsolidacji, zagadnienia sprężysto-plastyeczności oraz wpływu czasu.

<sup>1</sup> Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków; bartlomolek@gmail.com.

## KLASYCZNA TEORIA KONSOLIDACJI W ZAKRESIE MAŁYCH ODKSZTAŁCEŃ

Karl Terzaghi jako pierwszy stwierdził, że obciążenie przykładane na nasycony grunt oddziałuje zarówno na szkielet gruntowy, jak i na płyny porowe. Pustki objęte wspólną nazwą przestrzeni porowej w większości przypadków są wypełnione wodą, która na różne sposoby oddziałuje na grunt. Teoria Terzagiego odnosiła się do ośrodka dwufazowego (układ szkielet–woda). Uwzględnienie trzech faz było rozwijane dopiero ponad pół wieku później (Fredlund, Hasan, 1979; Fredlund, 1982). Jednym z fundamentalnych oddziaływań determinujących zachowanie konsolidacyjne jest rozpraszanie ciśnienia wody w porach, powodujące wzrost naprężenia efektywnego. Konsolidacja *ex definitione* jest to proces obejmujący drenaż, zagęszczanie oraz transfer naprężeń zachodzący w czasie pod wpływem zmian stanu obciążenia. Do opisu transferu naprężeń jest stosowana koncepcja naprężeń efektywnych, którą dla obciążania jednoosiowego wyraża się następującym równaniem:

$$\sigma = \sigma' + \Delta\sigma = \sigma' + (u_s - u_e) \quad [1]$$

gdzie:

$\sigma'$  – naprężenie efektywne,

$u_s$  – ciśnienie hydrostatyczne,

$u_e$  – nadciśnienie wody w porach.

Teoria Terzagiego bazuje na liniowej zależności wskaźnika porowatości względem naprężenia efektywnego  $e - \sigma'$ , w której jest rozpatrywana cienka warstwa łąz z zaniedbywalnym ciężarem własnym, stałą objętością oraz stałymi wartościami trzech parametrów: współczynnika filtracji ( $k_v$ ), współczynnika ściśliwości objętościowej ( $m_v$ ) oraz współczynnika konsolidacji ( $c_v$ ). Model Terzagiego zakłada jednorodny, w pełni nasycony, dwufazowy ośrodek (grunt–woda porowa), w którym woda porowa jest traktowana jako medium nieściśliwe, ziarna szkieletu mineralnego – zasadniczo nieściśliwe, a przestrzeń pomiędzy nimi jako ściśliwą. Ponadto ciecz ma umożliwiony odpływ, który jest powiązany ze zmianami objętości układu dwufazowego. Przepływ jest jednowymiarowy i podlega prawu Darcy'ego. Jednak przy poczynionych założeniach zmiany wskaźnika porowatości ( $e$ ) nie są proporcjonalne względem zmian naprężenia efektywnego, a parametry ściśliwości i przepuszczalności dla relatywnie dużego zaaplikowanego naprężenia zmniejszają się podczas procesu konsolidacji. Wyjaśnienie powyższego stwierdzenia można przeprowadzić na podstawie trzech definicji stopnia konsolidacji ( $U$ ), odnoszących się do rozpraszania nadciśnienia wody w porach, zmiany naprężenia efektywnego oraz zmiany odkształcenia. Porównując je, spotykamy się z pewnymi rozbieżnościami. Teoria Terzagiego zakłada, że zmiana naprężenia efektywnego jest prawie liniowo zależna od odkształcenia lub zmiany wskaźnika porowatości. Nie jest to jednak słuszne, ponieważ w rzeczywistości zmiana ta jest proporcjonalna do zmiany logarytmu naprężenia efektywnego zgodnie z zapisem:

$$e \propto \Delta \log \sigma' \quad [2]$$

W przypadku gdy wartość ( $\Delta\sigma'$ ) jest względnie mała oraz współczynnik ściśliwości (który obrazuje zależność

zmiany wskaźnika porowatości od zmiany naprężenia w warunkach niemożliwej rozszerzalności bocznej) jest obliczony dla rozpatrywanego naprężenia, to:

$$\Delta\sigma' \propto \Delta e \quad [3]$$

Zatem zdefiniowanie stopnia konsolidacji, opierając się na naprężeniach efektywnych i wskaźniku porowatości, można związać następującą relacją:

$$\frac{\sigma'_0 - \sigma'_i}{\sigma'_{100} - \sigma'_0} \approx \frac{e_0 - e_i}{e_{100} - e_0} \quad [4]$$

gdzie:

$\sigma'_0$  – początkowe naprężenie efektywne po aplikacji obciążenia,

$\sigma'_i$  – naprężenie efektywne w danym czasie ( $t$ ),

$\sigma'_{100}$  – naprężenie efektywne na końcu konsolidacji,

– notacja dla wskaźnika porowatości ( $e$ ) jest identyczna jak dla naprężeń efektywnych.

Określenia te wydają się być użyteczne ze względu na aspekt praktyczny – oznaczają możliwość oceny zaawansowania osiadań za pomocą zmian wskaźnika porowatości w czasie. Podczas procesu konsolidacji grubość obciążonej warstwy maleje ze względu na zmniejszenie wskaźnika porowatości. Odpowiadające osiadanie warstwy w dowolnym momencie wyraża się jako procent całkowitego osiadania i nazywa się stopniem konsolidacji ( $U$ ). Stopień konsolidacji można wyrazić następująco:

$$U = 1 - \frac{\int_{z=0}^{z=2H} u dz}{2H \times u_0} = \frac{\int_{z=0}^{z=2H} (\Delta\sigma' - u) dz}{2H \times \Delta\sigma'} \quad [5]$$

gdzie:

$H$  – odnosi się do wysokości próbki,

$u_0$  – początkowe nadciśnienie wody w porach wynikające z aplikacji obciążenia.

Proces konsolidacji można uznać za faktycznie zakończony, gdy całkowite nadciśnienie wody porowej zostanie rozproszone w wyniku przyrostu obciążenia. Jednakże wobec braku liniowej zależności pomiędzy zmianami ciśnienia porowego i wskaźnika porowatości, stopień konsolidacji w czasie ( $t$ ), obliczony na podstawie pomiarów ciśnienia porowego ( $U^u$ ), nie jest równy stopniowi konsolidacji wyznaczonemu z rejestracji osiadań ( $U^e$ ), co może zostać zapisane w następujący sposób:

$$U^u \neq U^e \quad [6]$$

i

$$1 - \frac{\int_0^{2H} u dz}{2H \times (\Delta\sigma')} \neq 1 - \frac{\int_0^{2H} \varepsilon_t dz}{\int_0^{2H} \varepsilon_{t=\infty} dz} \quad [7]$$

Stopień konsolidacji, który określa aktualną wartość osiadania w stosunku do osiadania całkowitego, jest uzależniony m.in. od modelu rozkładu nadciśnienia wody w porach w konsolidowanej warstwie. Interesującą ocenę przydatności stopnia konsolidacji w zastosowaniach inżynierskich przeprowadziła Lovisa (2012). Po zastosowaniu

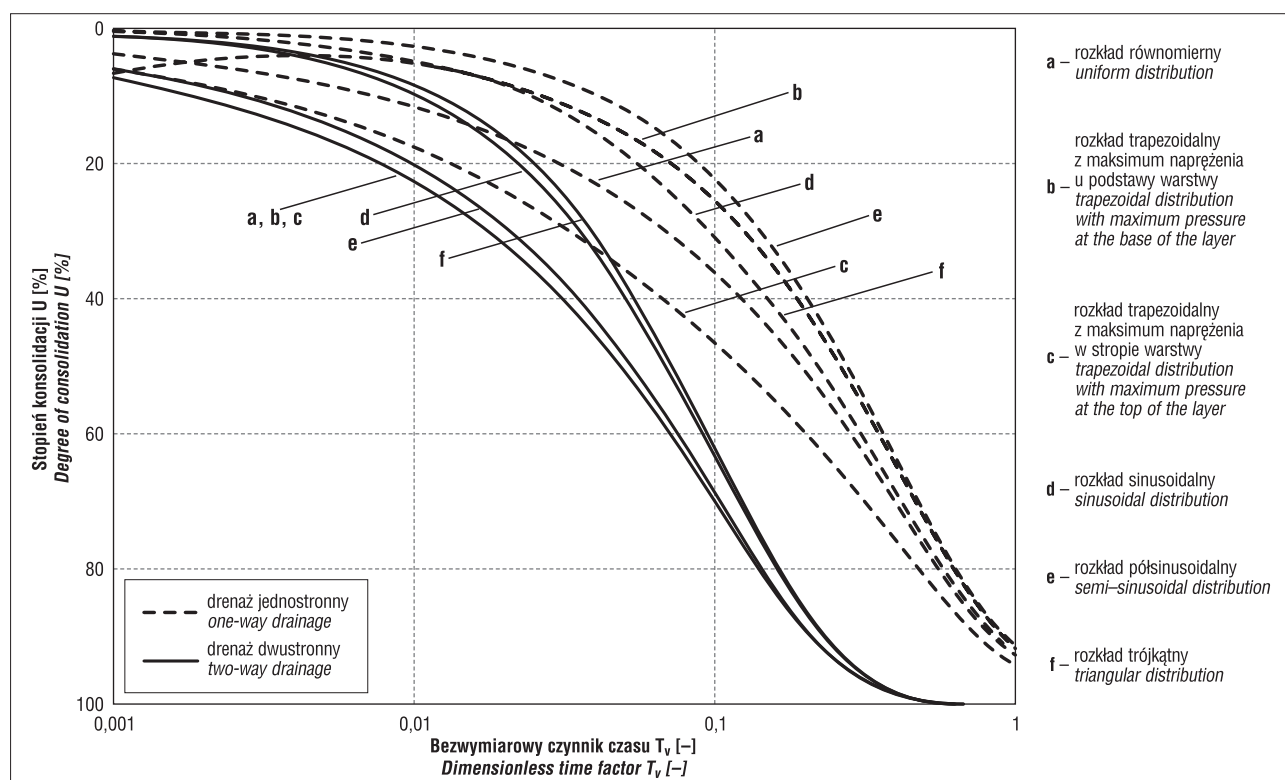
tradycyjnego równania zarządzającego procesem konsolidacji opartego na rozwiązaniu Taylora porównano je z wynikami rozwiązania zupełnego (*exact*) metodą przepływu. W metodzie tej zakłada się, że skumulowany przepływ wody wyciśniętej z przestrzeni porowej gruntu w dowolnym czasie jest sumą strumienia masy na jednostkę powierzchni przy każdej granicy drenującej. Uzyskane krzywe stopnia konsolidacji wskazały jednoznacznie, że tradycyjna i zupełna metoda obliczania stopnia konsolidacji jest identyczna. Symulacje przeprowadzono przy użyciu programu MATLAB dla różnych początkowych rozkładów nadciśnienia wody w porach. Jak pokazano na rycinie 1 krzywe generowane przez tradycyjne i zupełne wyrażenia konsolidacji wydają się być identyczne, co sugeruje, że stopień konsolidacji Terzagiego nie jest aproksymacją, lecz rozwiązaniem zupełnym i jest prawdziwy w przypadku każdej dystrybucji nadciśnienia wody w porach (Lovisa i in., 2011). Na rycinie 1 krzywe zależności dla rozwiązania tradycyjnego i zupełnego są identyczne i się pokrywają. Dla drenażu jednostronnego krzywe wykreślono linią przerywaną natomiast dla drenażu dwustronnego linią ciągłą.

Podsumowanie restrykcyjnej teorii nieskończenie małych odkształceń Terzagiego można sprowadzić do zapisania trzech warunkujących ją czynników. Czynnik pierwszy stanowi pominięcie ruchu cząstek szkieletu gruntowego. Drugi wynika ze zdefiniowania odkształcenia w elemencie o nieziennej objętości. Trzeci polega na zignorowaniu ruchu granic w przestrzeni podczas konsolidacji. Ponadto w przypadku warstwy o znacznej miąższości, ciężar własny i odpowiadająca mu zmiana z głębokością początkowego naprężenia efektywnego *in situ* jest zna-

cząca. Pomimo niepełnej adekwatności poczynionych założeń fizycznych oraz pojawiających się rozbieżności pomiędzy teoretycznymi prognozami a rzeczywistym zachowaniem gruntu pod obciążeniem, teoria Terzagiego stanowi użyteczne narzędzie prognozowania przebiegu osiadań (Dobak, 1999). Wśród wielu jej zalet należy wyróżnić wprowadzenie zasady skalowania czasu konsolidacji, w której „czas osiadań jest proporcjonalny do długości drogi drenażu”, a zatem do warunków rozpraszania ciśnienia porowego.

### NIELINIOWE ASPEKTY OPISU KONSOLIDACJI W ZAKRESIE MAŁYCH ODKSZTAŁCEŃ

Teoria Terzagiego nie wyjaśnia w zadowalający sposób wszystkich aspektów fizycznych procesu konsolidacji. Na przestrzeni lat stwierdzono liczne rozbieżności zachowania się gruntów w stosunku do rozwiązania teoretycznego. Przyczyniło się to do modyfikacji klasycznej teorii filtracyjnej. Przedstawione w niniejszym rozdziale prace będą kwalifikowane jako rozwiązania nieliniowe. Istotą tego wydzielenia będzie wskazanie na zwiększenie wartości ciśnienia porowego przy uwzględnieniu zmienności cech konsolidacyjno-filtracyjnych ośrodka gruntowego. Nieliniowość, jaką napotyka się w opisie konsolidacji, wynika z dużej anizotropii ośrodka gruntowego i jego zmienności podczas odkształcania (Wolski i in., 1985) oraz konieczności uwzględnienia zmiennej geometrii podłoża w trakcie obliczeń (Lechowicz, Szymański, 2002). Części nieliniowych rozwiązań teorii konsolidacji nie należy traktować jako ścisłego matematycznego sformułowania nieliniowości.



Ryc. 1. Krzywe stopnia konsolidacji dla różnych początkowych rozkładów nadciśnienia wody w porach przy zastosowaniu tradycyjnego i zupełnego rozwiązania (Lovisa, 2012)

Fig. 1. Consolidation degree curves for different initial excess pore water pressure distributions, using traditional and exact solutions (Lovisa, 2012)

## ZMIENNOŚĆ WSKAŹNIKA POROWATOŚCI

Richart (1957) krytycznie analizując teorię Terzagiego, rozwiązał za pomocą metody różnic skończonych problem konsolidacji z uwzględnieniem zmiennego wskaźnika porowatości. Modyfikacja zaproponowana przez Richarta zasadniczo opierała się na podejściu Terzagiego, z wyjątkiem tego, że zmiana wskaźnika porowatości jest uznana za znaczącą w taki sposób, że wielkość  $(1 + e)$  nie jest stała. Ma to niewielki wpływ na relację między wskaźnikiem porowatości a bezwymiarowym czynnikiem czasu (ryc. 2). Na rycinie można zauważyć niewielkie przesunięcie krzywej na wykresie w lewo w stosunku do krzywej Terzagiego.

## ZMIENNA PRZEPUSZCZALNOŚĆ I ŚCIŚLIWOŚĆ

Podczas konsolidacji współczynnik ściśliwości objętościowej ( $m_v$ ) oraz współczynnik filtracji ( $k_v$ ) nie są stałe i zmniejszają się wraz ze wzrostem obciążenia (Schiffman, 1958; Schiffman, Gibson, 1964; Raymond, Davis, 1965). Jednym z pierwszych badaczy, który zwrócił uwagę na nieliniowość zachodzącą między parametrami konsolidacyjnymi był Schiffman (1958). Rozważył on przypadek nieliniowej zmiany współczynnika filtracji. Schiffman i Gibson (1964) przeanalizowali problem konsolidacji jednorodnego gruntu przy założeniu, że ( $m_v$ ) i ( $k_v$ ) są związane funkcją wielomianową lub wykładniczą z głębokością. Procedura polegała na ustaleniu podstawowej zależności dla aktualnej zmienności przestrzennej parametrów konsolidacji wraz z głębokością w celu wykorzystania zalet metodyki rozwiązań numerycznych. Przykładowe wyniki przedstawiono na rycinach 3 i 4. Analizując wyniki badań, można stwierdzić znaczny wpływ zmian przepuszczalności na nadciśnienie wody w porach. Z kolei zmienność ściśliwości wpływała głównie na obliczone osiadania oraz na współczynnik ściśliwości objętościowej i współczynnik konsolidacji.

Raymond i Davis (1965) jako pierwsi opracowali rozwiązanie analityczne dla nieliniowego zachowania się gruntu na podstawie założenia, że przepuszczalność i ściśliwość zmniejszają się proporcjonalnie przy stałym obciążeniu konsolidacyjnym i stałym rozkładzie początkowego naprężenia efektywnego z głębokością. Przyjęli stałość stosunku

( $k_v / m_v$ ) oraz współczynnika konsolidacji ( $c_v$ ) przy jednoczesnym założeniu, że ( $k_v$ ) wraz z ( $m_v$ ) mogą się zmieniać przy zachowaniu warunku:

$$c_v = [k_v / (m_v \gamma_w)] = const \quad [8]$$

Na rycinie 5A przedstawiono rozwiązania teoretyczne dla zmienności udziału ciśnienia porowego w przenoszeniu obciążeń przy różnych zakresach zmian naprężeń efektywnych, a na rycinie 5B – uzyskaną dobrą zgodność z wynikami eksperymentalnymi dla normalnie skonsolidowanego iltu. Wyniki te wskazują na poprawne przewidywanie osiadań wg teorii Terzagiego, która jednak nie sprawdza się w przypadku obliczeń wartości rozproszenia ciśnienia wody w porach.

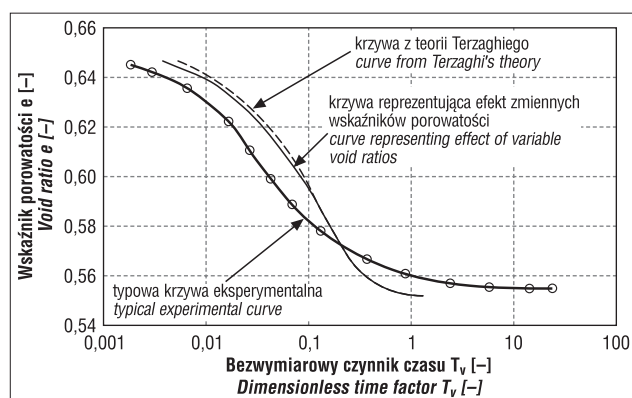
Barden i Berry (1965) przeprowadzili analizę konsolidacji na modelu zmienności współczynnika filtracji, dla którego uzyskali nieliniowe równanie różniczkowe. Model został oparty na dwóch zależnościach:  $e - \log k_v$  i  $e - \log \sigma'$ . Wprowadzono w nim również parametr ( $N_B$ ), odwzorowujący zmiany przepuszczalności w różnych przypadkach. Przykładowe porównanie doświadczalnych wyników dla iltu z Derwent z teorią Terzagiego i zaproponowaną przez Bardena i Berrego (1965) przedstawiono na rycinie 6. Według wyników, wykres stopnia konsolidacji obliczonego na podstawie rozpraszania ciśnienia porowego w funkcji czasu, uzyskany na podstawie rozwiązania nieliniowego, jest bardziej zbliżony do danych eksperymentalnych niż krzywa Terzagiego.

Na przestrzeni kolejnych lat kierunek wpływu zmiennej przepuszczalności i ściśliwości na przewidywany charakter konsolidacyjny był nadal rozwijany (Basak, 1979; Lekha i in., 2003). Zhuang i in. (2005) przedstawili półanalityczne rozwiązanie dla jednoosiowej konsolidacji o zmiennej ściśliwości i przepuszczalności. Efekt nieliniowości charakterystyk konsolidacyjnych został opisany w nawiązaniu do zależności  $e - \log \sigma'$  oraz  $e - \log k$ . Podobną analizę przeprowadził Amiri i Esmaily (2014), rozważając jak wykładnicze rozkłady funkcji przepuszczalności i ściśliwości wpływają na charakter konsolidacyjny różnego rodzaju gruntów spoistych. Za dominujący czynnik warunkujący przebieg konsolidacji wskazano proces hydrodynamiczny, w którym tempo zmniejszania się przepuszczalności jest czynnikiem przeważającym w porównaniu do tempa zmniejszania ściśliwości.

## ZMIENNY WSPÓLCZYNNIK KONSOLIDACJI

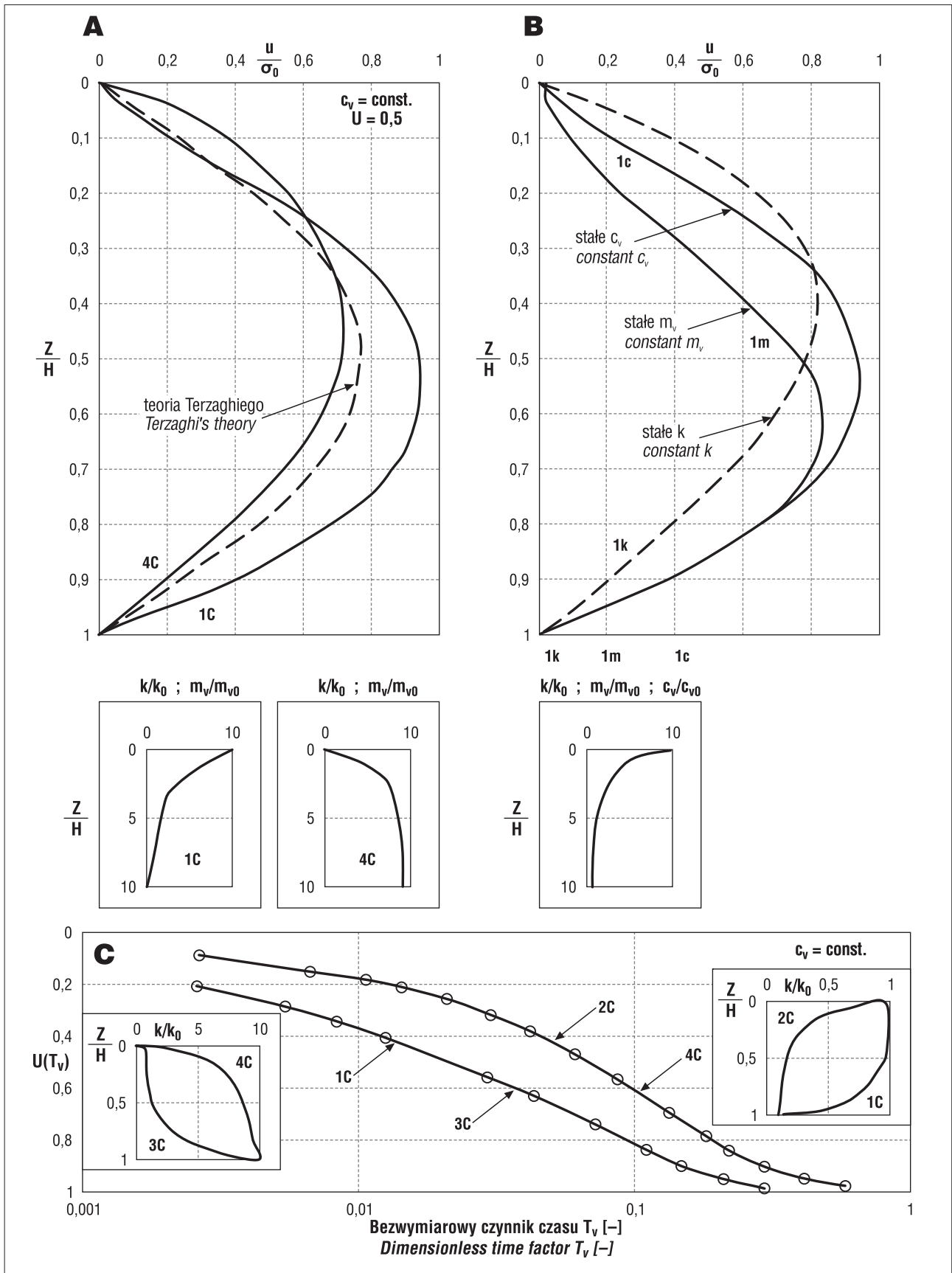
Uwzględnienie zmiennej przepuszczalności i ściśliwości podczas konsolidacji nie rozwiązało w pełni problemu różnic między charakterystykami doświadczalnymi tego procesu a odpowiadającymi im rozwiązaniami teoretycznymi. Wielu badaczy podjęło próbę przedstawienia bardziej realistycznych nieliniowych teorii konsolidacji z uwzględnieniem zmienności ( $c_v$ ) podczas tego zjawiska, w wyniku czego zaproponowano wiele różnych rozwiązań numerycznych i analitycznych. Spośród nich dla zakresu małych odkształceń na uwagę zasługują prace Abbasiego i in. (2007) oraz Abuela-Nagi i Pendera (2012).

Abbasi wraz z współpracownikami zaprezentowali równanie zarządzające procesem konsolidacji, które opisuje zmianę naprężenia efektywnego w czasie i przestrzeni w

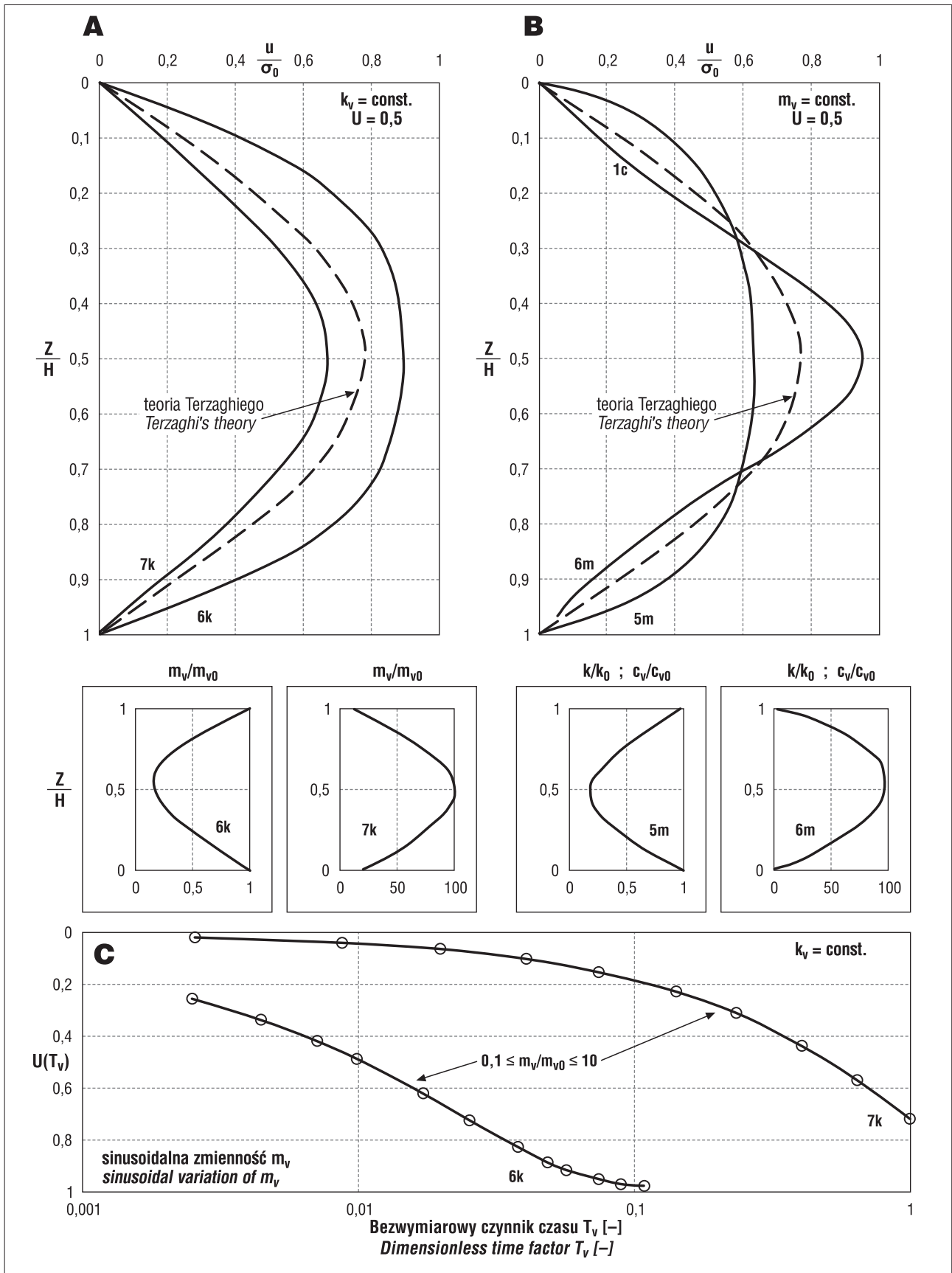


Ryc. 2. Zależność wskaźnika porowatości od bezwymiarowego czynnika czasu (dane wg Richarta, 1957)

Fig. 2. Relationship between void ratio and dimensionless time factor (data from Richart, 1957)

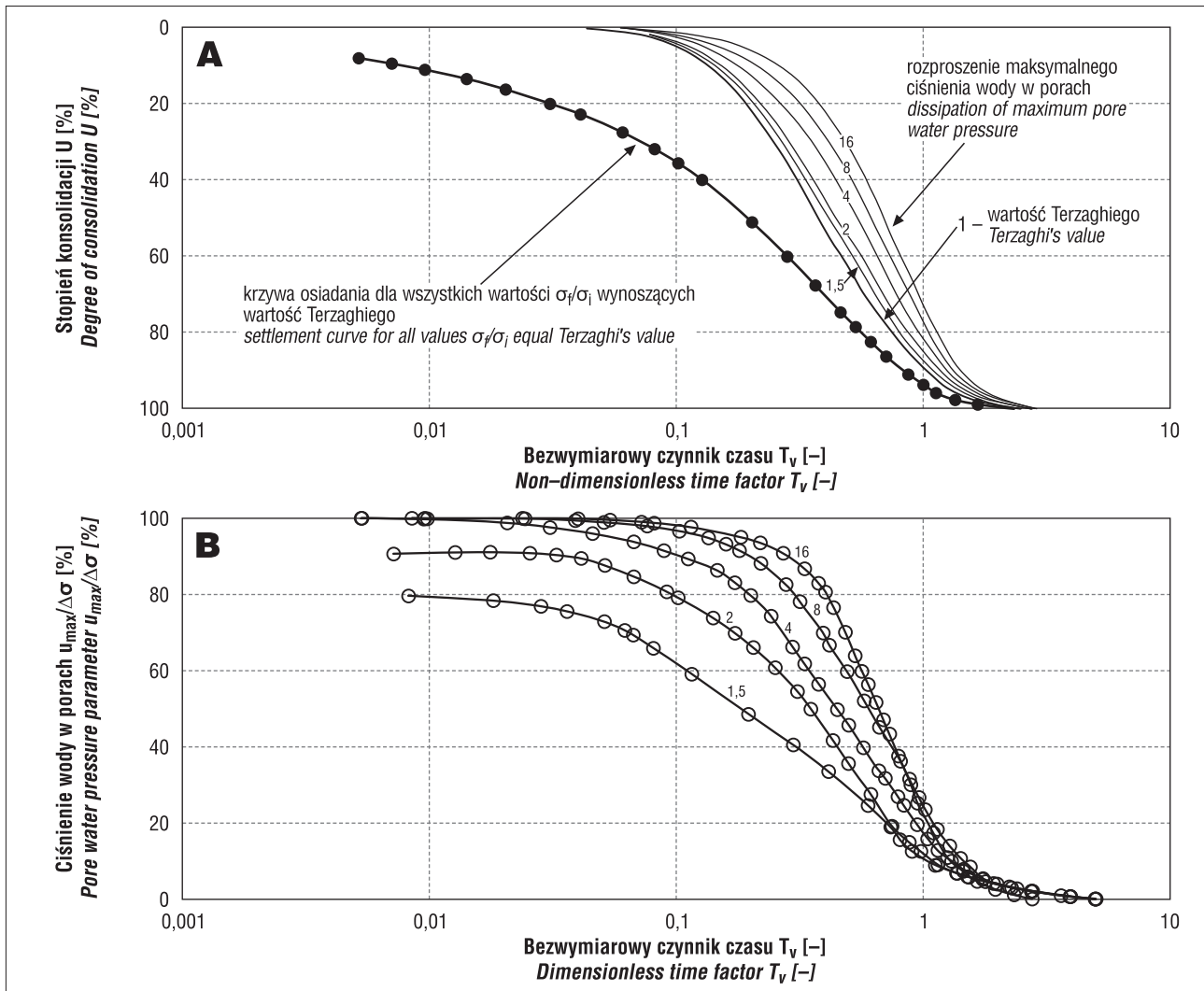


**Ryc. 3.** Wyniki analizy Schiffmana i Gibsona: **A** – izochrony ciśnienia porowego (stały współczynnik konsolidacji, zmienność wielomianowa); **B** – izochrony ciśnienia porowego (zmienność wielomianowa); **C** – zależności czas–osiadanie (stały współczynnik konsolidacji, zmienność wielomianowa) (Schiffman, Gibson, 1964; zmodyfikowany)  
**Fig. 3.** Results of Schiffman & Gibson analysis: **A** – isochrones of pore pressure (constant coefficient of consolidation, polynomial variation); **B** – isochrones of pore pressure (polynomial variation), **C** – relationship between time and settlement (constant coefficient of consolidation, polynomial variation) (Schiffman, Gibson, 1964; modified)



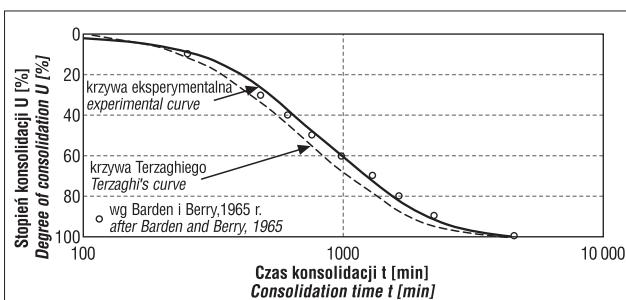
**Ryc. 4.** Wyniki analizy Schiffmana i Gibsona: **A** – izochrony ciśnienia porowego (stała przepuszczalność, zmienność wielomianowa); **B** – izochrony ciśnienia porowego (stała ściśliwość, zmienność wielomianowa); **C** – zależności czas–osiadanie (stała przepuszczalność, zmienność wielomianowa) (Schiffman, Gibson, 1964; zmodyfikowany)

**Fig. 4.** Results of Schiffman & Gibson analysis: **A** – isochrones of pore pressure (constant permeability, polynomial variation); **B** – isochrones of pore pressure (constant compressibility, polynomial variation); **C** – relationship between time and settlement (constant permeability, polynomial variation) (Schiffman, Gibson, 1964; modified)



**Ryc. 5.** Nieliniowa teoria konsolidacji: **A** – zależność stopnia konsolidacji od bezwymiarowego czynnika czasu; **B** – wyniki badań pasty łu z Port Kembla – zależność parametru ciśnienia wody w porach od bezwymiarowego czynnika czasu (Raymond, Davies, 1965; zmodyfikowany)

**Fig. 5.** Non-linear theory of consolidation: **A** – relationship between consolidation degree and dimensionless time factor; **B** – results of Port Kembla clay paste – relationship between pore water pressure parameter and dimensionless time factor (Raymond, Davies, 1965; modified)



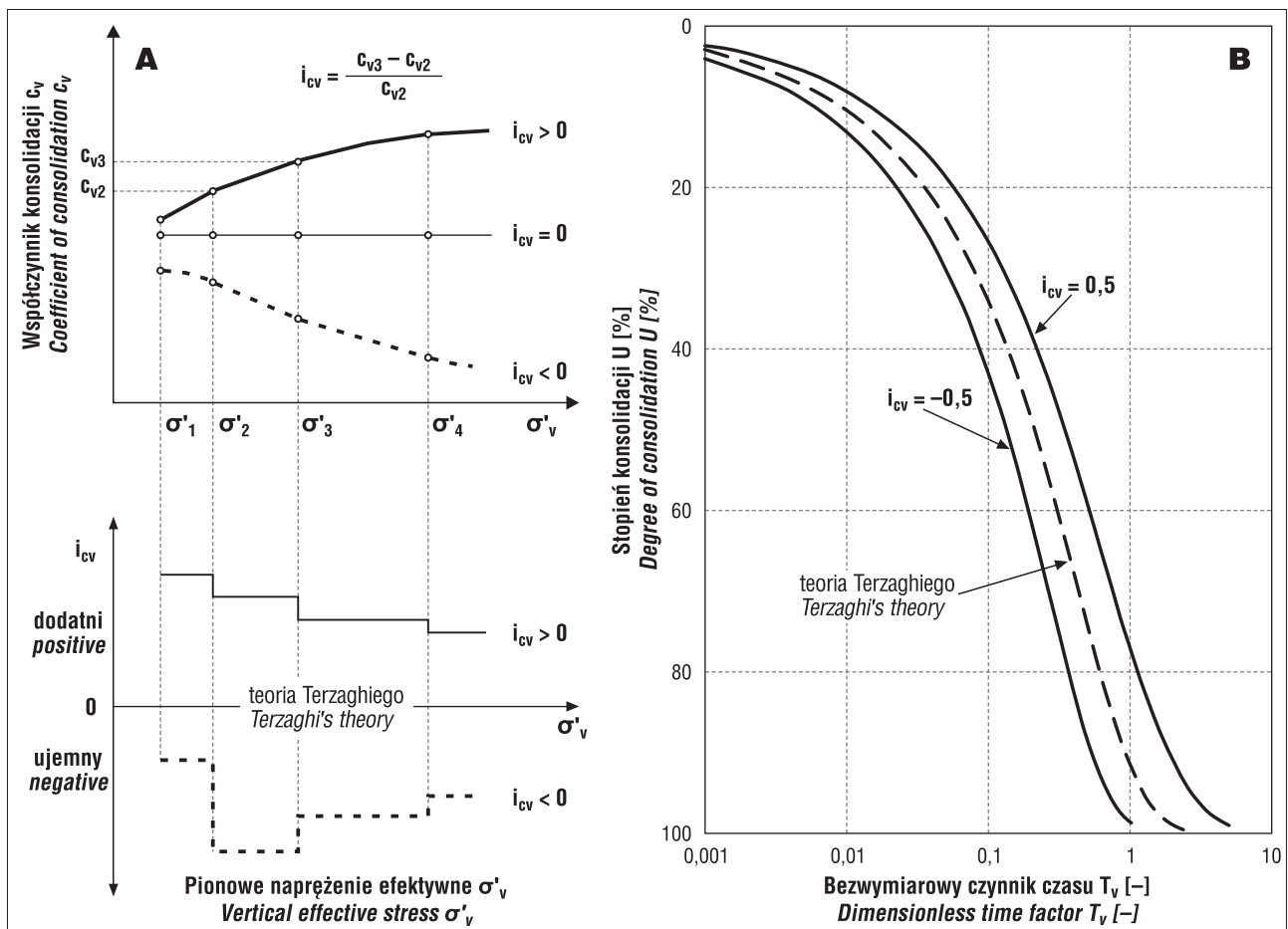
**Ryc. 6.** Teoretyczne krzywe uzyskane na podstawie teorii Bardena i Berrego dla łu z Derwent (Barden, Berry, 1965; zmodyfikowany)

**Fig. 6.** Theoretical curves obtained on the basis of Barden and Berry Theory for Darwent clay (Barden, Berry, 1965; modified)

warstwie łu, przy założeniu liniowych zależności  $e - \log \sigma'$  oraz  $e - \log k_v$ . Wprowadzono również nieliniowy współczynnik konsolidacji ( $C_u$ ) oraz współczynnik ( $\alpha$ ) w celu opisania zmian właściwości gruntu i uwzględnienia zmian w ( $c_v$ ) podczas konsolidacji. Przedstawiono również nieliniową zależność prędkości przepływu pomiędzy gradien-

tem hydraulicznym a wskaźnikiem porowatości. W zaproponowanym podejściu autorzy posłużyli się zależnością między stopniem konsolidacji ( $U$ ) a rzeczywistym czasem ( $t$ ), bez użycia pojęcia bezwymiarowego czynnika czasu i współczynnika konsolidacji. Wykorzystując szeroki program badań doświadczalnych, stwierdzono, że na podstawie różnych wartości ( $\alpha$ ) konsolidacja może przebiegać szybciej, wolniej lub tak samo szybko, jak przewiduje teoria Terzagiego.

Abuel-Naga i Pender (2012) badali efekt wpływu zmieniającego się współczynnika konsolidacji wraz ze wzrostem naprężeń efektywnych na prędkości konsolidacji. Zakładając, że współczynnik konsolidacji zmienia się liniowo, wraz z postępem konsolidacji zaproponowano bezwymiarowy parametr ( $i_{cv}$ ) opisujący zmianę współczynnika konsolidacji ze wzrostem naprężenia konsolidacyjnego. Zdefiniowanie tego parametru polega na ustaleniu wartości współczynnika konsolidacji dla początkowej i końcowej wartości naprężenia efektywnego w jednym etapie przyrostu naprężenia konsolidacyjnego. Konceptyjny schemat powyższej metody przedstawia rycina 7.



Ryc. 7. Koncepcja zależnego od naprężeń efektywnych współczynnika konsolidacji: **A** – zależności  $c_v - \sigma'_v$  i  $i_{cv} - \sigma'_v$ ; **B** – zależności stopnia konsolidacji od bezwymiarowego czynnika czasu (Abuel-Naga, Pender, 2012; zmodyfikowany)

Fig. 7. Effective stress-dependent coefficient of consolidation conception: **A** –  $c_v - \sigma'_v$  and  $i_{cv} - \sigma'_v$  relationships; **B** – relationship between consolidation degree and dimensionless time factor (Abuel-Naga, Pender, 2012; modified)

### ZACHOWANIE ZALĘŻNE OD CZASU W TRAKCIE KONSOLIDACJI

Prognozowanie długotrwałych osiadań fundamentów posadowionych na wysoce ściśliwych gruntach wymaga dobrego zrozumienia podatności szkieletu gruntowego na deformacje sprężysto-lepkoplastyczne oraz zależne od czasu. Wydzielenie tych cech z dużej grupy właściwości fizycznych zostanie odniesione w niniejszej pracy tylko do jednoosiowej deformacji gruntu w warunkach stałego naprężenia efektywnego (po całkowitym rozproszeniu ciśnienia porowego). Zagadnienie to łączy się z problem współwystępowania i zmieniającego się udziału czynników filtracyjnego i reologicznego w przebiegu całego procesu konsolidacji. Czynniki reologiczne są związane z powolną deformacją gruntu w funkcji czasu, której szybkość jest kontrolowana przez opór lepki. Deformację taką określa się jako pełzanie. Fakt istnienia tego procesu dla różnego rodzaju gruntów, a w szczególności gruntów organicznych, opiera się na jednoosiowej kompresji w późniejszych etapach procesu konsolidacji, proporcjonalnym do logarytmu czasu. Liczne próby uszczegóławienia uwzględnienia pełzania w całym udziale odkształceń były podejmowane od lat 30. ub.w. (Buisman, 1936; Gray, 1936; Taylor, Merchant, 1940). Badania prowadzone przez kolejnych badaczy dotyczyły zarówno aspektów obliczeniowo modelowych, jak i wyjaśniania możliwych mechanizmów

fizycznych. Doprowadziło to w efekcie do sformułowania idei modelu linii czasu (Koppejan, 1948), a następnie diagramu izotachowego (Bjerrum, 1967) oraz dwóch konkurencyjnych hipotez zachowania się gruntów (Ladd i in., 1977). Taylor (1948) stwierdził, że pełzanie występuje podczas konsolidacji pierwotnej. Zgodnie z tym pomysłem Śuklje (1957) i Bjerrum (1967) zaproponowali, że zachowanie gruntu zależne od czasu może być zdefiniowane przez system w przybliżeniu równoległych krzywych. Bjerrum zasugerował podział odkształceń na natychmiastowe (*instant*) i opóźnione (*delayed*) oraz wprowadził linie czasu w celu zamodelowania zredukowanych prędkości pełzania, wynikających ze wzrostu długości obciążenia. Odkształcenia natychmiastowe rozwijają się równocześnie ze wzrostem naprężeń efektywnych i powodują redukcję przestrzeni porowej aż do osiągnięcia stanu równowagi, przy której struktura gruntu skutecznie przenosi obciążenie. Odkształcenia opóźnione reprezentują redukcję objętości gruntu przy stałym naprężeniu efektywnym. Pojęcia natychmiastowej i opóźnionej deformacji są obecnie określane jako konsolidacja pierwotna i konsolidacja wtórna (terminy te odnoszą się do definicji odkształcenia).

Ladd i in. (1977) formalnie zaproponowali dwie hipotezy występowania pełzania podczas konsolidacji filtracyjnej, nazwane hipotezami pełzania A i B. Obydwie mają znaczenie w praktycznych zastosowaniach takich jak przewidywanie osiadań. W takim przypadku przebieg konsoli-



dacji uzyskany z krótkotrwałego badania laboratoryjnego musi być ekstrapolowany na znacznie dłuższy czas fazy konsolidacji filtracyjnej, jaki ma miejsce w warunkach naturalnych. Hipoteza A zakłada, że odkształcenie na końcu konsolidacji pierwotnej ( $\varepsilon_{EOP}$ ) jest niezależne od czasu trwania konsolidacji. Niezależność ta wymusza uznanie, że pojedyncza krzywa konsolidacji reprezentuje zachowanie zarówno cienkiej próbki laboratoryjnej, jak i grubej warstwy w terenie (Mesri, Godlewski, 1977; Choi, 1982; Mesri, Choi, 1985; Mesri, 1990; Mesri i in., 1995). Odmienne poglądy zaprezentowali Šuklje (1957), Bjerrum (1967) i Janbu (1969), wskazując na wzrost odkształcenia na końcu konsolidacji pierwotnej ( $\varepsilon_{EOP}$ ) oraz zmniejszenie pozornego naprężenia prekonsolidacji ( $\sigma'_c$ ) wraz ze wzrostem trwania czasu konsolidacji. Głównym założeniem tej koncepcji było wyjaśnienie pozornego naprężenia prekonsolidacji oraz współczynnika prekonsolidacji OCR, wynikających z geologicznego starzenia (*ageing*). Obecnie przyjmuje się słuszność hipotezy B, którą eksperymentalnie potwierdzili Degago i in. (2009, 2013) oraz Nash i Brown (2013).

Leroueil (2006) wykazał, że izotachy dla jednoosiowej konsolidacji są częścią zależnych od prędkości odkształceń powierzchni stanów granicznych. Kabbaj i in. (1986) zaproponowali wydzielenie komponentów odkształcenia sprężystego i plastycznego, a następnie Yin i Graham (1989), Svanö i in. (1991), den Haan (1992, 1996), Nash i Ryde (2001) oraz Nash (2001) opracowali modele bazujące na tym rozgraniczeniu. Liingaard i in. (2004) przedstawili zwięzły przegląd kategoryzujący i opisujący podstawowe cechy istniejących modeli, a także wskazali na ich zalety i ograniczenia. Zespół Liingaarda przeanalizował m.in. modele oparte na koncepcjach reologicznych. Argumentem przemawiającym za tym podejściem jest możliwość kompleksowego badania charakterystyk deformacji w czasie za pomocą modeli mechanicznych, których różne elementy przypisuje się odrębnym właściwościom fizycznym. Mając na uwadze znaczną liczbę przytoczonych w literaturze reologicznych opisów właściwości gruntu aplikowanych w modelu konsolidacji, ich klasyfikacja oraz charakterystyka zostanie pominięta. Szczegółowy opis poszczególnych modeli bez starzenia zawierają m.in. opracowania Kisiela i in. (1969, 1982), Kisiela (1970) oraz materiały konferencyjne Sympozjum IUTAM, dotyczącego reologii i mechaniki gruntów (Kravtchenko, Sirieys, 1964).

Inną klasą modeli opisujących zależne od czasu właściwości gruntu są ogólne modele sformułowane dla przestrzeni naprężeń i odkształceń, wykorzystujące różne konstytutywne prawa związane z odkształcalnością ośrodka gruntowego. Szczególną uwagę zwraca się na modele sprężysto-lepkoplastyczne, które łączą odwracalne zachowania sprężyste i zależne od czasu zachowania plastyczne. Yin i in. (2010) oraz Olek i Woźniak (2017) dokonali uporządkowania tych modeli.

### NIELINIOWE ASPEKTY OPISU KONSOLIDACJI W ZAKRESIE DUŻYCH ODKSZTAŁCEŃ

Klasyczne sformułowanie Terzaghiego oraz jego nieliniowe rozszerzenia przybliżyły rzeczywistą istotę procesu w zakresie małych odkształceń. Ich aplikacja w opisie przebiegu konsolidacji grubej warstwy w terenie stwarzała poważne trudności, a rezultaty analiz były obarczone nad-

miernymi błędami. Pierwsze teorie uwzględniające duże odkształcenia bazowały na założeniu nieliniowej zależności naprężenie efektywne–wskaźnik porowatości (McNabb, 1960; Gibson i in., 1967; 1981).

### PROBLEM RUCHOMOŚCI GRANIC KONSOLIDOWANEJ WARSTWY

Ograniczenia małych odkształceń po raz pierwszy zostały usunięte przez McNabba (1960). Zdefiniował on tzw. zredukowany układ współrzędnych umożliwiający rozpatrywanie konsolidowanej warstwy, która zawsze zawiera taką samą liczbę cząstek szkieletu gruntowego. Podjął także próbę rozwiązania problemu mechanizmu poruszania się cząstek szkieletu gruntowego w ograniczonych warunkach, uznając, że ruch taki nie występuje, a głównym parametrem dokładnie odniesionym do zmian w objętości wody jest wskaźnik porowatości ( $e$ ). Nadrzędne równanie konsolidacji sformułowane przez McNabba (1960) zostało zapisane w postaci:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k_v}{\gamma_w (1+e)} \frac{\partial \sigma'}{\partial z} \right) \quad [9]$$

gdzie:

$z$  – koordynata, która odpowiada zredukowanej współrzędnej materiałowej,

$\gamma_w$  – jednostkowy ciężar objętościowy wody.

W celu rozpatrywania znacznych odkształceń oraz względnie dużego ruchu górnej granicy konsolidowanej warstwy należało zastosować w modelu układ współrzędnych, który zmienia się wraz z warstwą. Współrzędne takiego układu nazywa się zredukowanymi. Podejście to jest rekomendowane przy analizach numerycznych ze względu na brak wymagania dotyczącego aktualizacji geometrii w każdym etapie czasowym. Posługiwanie się współrzędnymi zredukowanymi wyjątkowo dobrze nadaje się również do modelowania problemu konsolidacji zależnej od czasu (*time-dependent consolidation*) ponieważ są niezależne zarówno od czasu, jak i od wielkości odkształcenia.

### CIEŻAR WŁASNY KONSOLIDOWANEJ WARSTWY

Ciężar własny w zagadnieniach konsolidacji jest istotny dla prawidłowego opisu zachowania się głównie materiałów odpadowych, takich jak urobek z bagrowania, odpady kopalniane czy osady ściekowe. Materiały te posiadają zupełnie inne charakterystyki niż większość gruntów rodzimych, ponieważ są podatne na bardzo duże odkształcenia i zmiany w przestrzeni porowej. Rozwiązania dla zakresu dużych odkształceń wykorzystuje się również podczas wyjaśniania procesów sedymentacyjnych zachodzących podczas formowania osadów ilastych.

Mikasa (1963, 1965) zaproponował teorie konsolidacji dla dużych odkształceń, które wywodziły się z idei Terzaghiego oraz definicji odkształcenia eulerowskiego  $\Delta l/l$ . W podejściach Mikasy ścisłość, przepuszczalność i naprężenie konsolidacyjne nie muszą być uznane za stałe, jak również jest możliwe rozważanie efektu od ciężar własnego gruntu (*self weight*). Pierwsza wersja teorii

z 1963 r. ograniczała się do przypadku homogenicznej warstwy łu, charakteryzującej się jednorodnymi parametrami konsolidacyjnymi. Stanowiło to trudność aplikacyjną dla warstw ilastych w terenie, które są zazwyczaj złożone z różnego rodzaju gruntów. W roku 1965 teoria ta została uogólniona w celu uwzględnienia ciągłej zmienności parametrów konsolidacyjnych z głębokością. Zastosowanie teorii dużych odkształceń do wyjaśnienia konsolidacji od ciężaru własnego zachodzącej po sedimentacji było rozważane przez różnych badaczy. Szczegółowy przegląd tych rozwiązań można znaleźć w pracach Ahmeda i Siddiqua (2014) oraz Radhika i in. (2017).

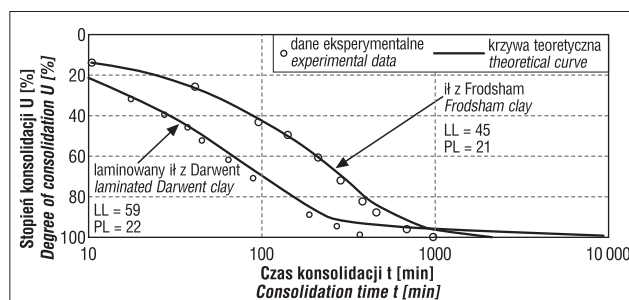
### ZMIENNOŚĆ PARAMETRÓW KONSOLIDACYJNO-FILTRACYJNYCH

Gibson i in. (1967) sformułowali nieliniową teorię konsolidacji uwzględniającą zmienną przepuszczalność oraz zmienność współczynnika konsolidacji. Uzyskany przez zespół Gibsona współczynnik konsolidacji ( $c_F$ ) był badany zarówno dla przypadku liniowego, gdzie parametr ten był stały, jak i przypadku nieliniowego, w którym ów parametr się zmieniał. Dla zmiennego  $c_F$  ustalono liniową relację ze wskaźnikiem porowatości, co w odczuciu autora niniejszej pracy stanowi istotne ograniczenie. Prowadzi to do problemów aplikacyjnych tej metody przy rozwiązywaniu różnych zadań praktycznych. Jako miarę zmienności ( $c_F$ ) ze wskaźnikiem porowatości oraz stosunkiem końcowego i początkowego wskaźnika porowatości  $e_1 / e_0$  wprowadzono parametr  $\lambda$ , który był uzależniony od wielkości przyrostu obciążenia.

Przypadek rozważany przez Gibsona i in. (1967) opisał również Poskitt (1967), stosując technikę perturbacji. Metoda perturbacji umożliwiła zbadanie wpływu zmiennej przepuszczalności i ściśliwości na przebieg konsolidacji nasyconego gruntu. Na podstawie przeprowadzonej analizy próbowano wyjaśnić rozbieżności istniejące pomiędzy różnymi teoriami, korzystając z danych eksperymentalnych udostępnionych przez Bardena (1965). Na rycinie 8 przedstawiono porównanie eksperymentalnych i teoretycznych przebiegów konsolidacji dla dwóch rodzajów łu. Wykorzystanym rozwiązaniem była teoria Gibsona i in. (1967).

Berry i Poskitt (1972) rozszerzyli to zagadnienie włączając efekty opóźnionej czasowo konsolidacji. Ich równania zostały rozwiązane numerycznie przez De Simone'a i Viggianiego (1976) z zastosowaniem metody różnic skończonych oraz przez Monte i Krizeka (1976) z użyciem metody elementów skończonych. W obydwu przypadkach rozważano nieliniowe zależności naprężenie–odkształcenie i przepuszczalność–wskaźnik porowatości.

Gibson i in. (1981) rozwinęli nieliniową teorię z roku 1967, dostosowując ją do przypadku grubej nasyconej warstwy gruntu wykazującej efekt ciężaru własnego. W dokonanym porównaniu z konwencjonalną teorią konsolidacji Terzaghiego wykazano, że rozwiązanie klasyczne zawyża czas konsolidacji oraz zaniża wielkość nadciśnienia wody w porach w danym momencie. Jak wskazują ww. autorzy drugi wniosek może prowadzić do zawyżania wartości wytrzymałości na ścinanie dla sedymentów o znacznej miąższości. W teorii tej wprowadzony skończony współczynnik konsolidacji został założony jako stały dla całego okresu konsolidacji. Założenie to jest w opozycji



Ryc. 8. Wyniki analizy konsolidacji dla łu z Darwent i Frodsham wraz z rozwiązaniem teoretycznym Gibsona i in. przeprowadzone przez Poskitta (Poskitt, 1967; zmodyfikowany)

Fig. 8. Results of consolidation analysis for Derwent and Frodsham clay with a theoretical solution based on Gibson et al., conducted by Poskitt (Poskitt, 1967; modified)

dla przypadku gruntów rzeczywistych. Ponadto, jak w większości analitycznych rozwiązań, nie uwzględniono niejednorodności ośrodka gruntowego. Pomimo zalet nieliniowej teorii skończonych odkształceń, należy zauważyć, że wyniki w kilku przypadkach powinny być traktowane jedynie jako przybliżenie rzeczywistej natury procesu konsolidacji. Głównym mankamentem wszystkich wczesnych sformułowań teorii dla zakresu dużych odkształceń jest ich wyrażenie w ujęciu wskaźnika porowatości, co prowadzi do braku zgodności z ogólną przestrzenią naprężeń i odkształceń (Fredlund i in., 2009). Warto podkreślić, że miękkie utwory ilaste o znacznych miąższościach są podatne na długotrwałe efekty czasowe, takie jak pełzanie szkieletu, które nie zostały uwzględnione w jawnym rozwiązaniu i występują jedynie w ujęciu słownym teorii z 1981 r.

Kwestię aplikacji zachowania reologicznego (konsolidacja wtórna) podczas konsolidacji dla dużych odkształceń podjęli Huang i in. (2014). Na podstawie definicji konsolidacji wtórnej zmodyfikowano równanie wyrażające ciśnienie porowe teorii konsolidacji Gibsona. Stwierdzono, że metoda Gibsona może zaniżać wartości nadciśnienia wody w porach podczas konsolidacji pierwotnej.

Przedstawione w tej części wybrane metody opisu konsolidacji ogólnie dotyczą sytuacji, w której zewnętrzne obciążenie powierzchni terenu jest natychmiastowe, a jego utrzymanie jest stałe w czasie, co powoduje jednolity wzrost całkowitych naprężeń z głębokością. W praktyce geotechnicznej zewnętrzne obciążenia powierzchni mogą być zależne od czasu i ze względu na efekty rozkładu naprężeń mogą powodować wzrost całkowitego naprężenia, który zmienia się wraz z głębokością. Dla badania obciążenia zależnego od czasu analityczne rozwiązanie podali Schiffman i Stein (1970). Dotyczyło ono problemu konsolidacji warstwowanego ośrodka gruntowego dla różnych warunków brzegowych oraz dowolnej historii obciążenia. Olson (1977) rozwinął rozwiązania analityczne dla jednowymiarowej konsolidacji gruntu poddanego obciążeniu liniowo wzrastającemu (*ramp loading*). Ośrodek wielowarstwowy dla tego typu obciążenia przeanalizowali Huang i Griffiths (2010) przy użyciu metody elementów skończonych. Nieliniową teorię konsolidacji dla cienkiej warstwy poddawanej stopniowemu obciążaniu zaproponowali Conte i Troncone (2007). Razouki i Schanz (2011) przestudiowali zagadnienie konsolidacji pod obciążeniem sinusoidalnym. Razouki i in. (2013) zaprezentowali i omówili pełne rozwiązanie analityczne niejednorodnego cząstkowego

równania różniczkowego zarządzającego procesem konsolidacji jednoosiowej pod obciążeniem wielokrotnym. Ogólne rozwiązanie konsolidacji wywołanej głębokością i zależnymi od czasu zmianami w naprężeniu podali Liu i Griffiths (2015).

## PODSUMOWANIE

Niesprężona teoria konsolidacji Terzagiego jest uzależniona od wielu założeń, które w praktyce inżynierskiej poważnie ograniczają zdolności prognozowania zastosowanego modelu analitycznego. Pomimo opracowanych bardziej złożonych modeli, rozwiązanie Terzagiego nadal pozostaje popularne wśród inżynierów zajmujących się przewidywaniem tempa i wielkości osiadań gruntów spitych z powodu jego prostoty i powszechnego uznania. Rozwój nauki, coraz doskonalsze techniki badawcze oraz wykładniczo rosnąca ilość dostępnych danych i obserwacji wymuszają stosowanie bardziej złożonych modeli, żeby lepiej zrozumieć zjawisko konsolidacji. Słusznym kierunkiem rozwoju zagadnienia wydaje się być uwzględnienie w analizach nieliniowości i anizotropii ośrodka gruntowego oraz komplementarne podejście do procesów hydrodynamicznych i reologicznych.

Autor chciałby podziękować recenzentom – profesorom Pawłowi Dobakowi i Janowi Gaszyńskiemu, za cenne uwagi oraz konstruktywną krytykę, które przyczyniły się do polepszenia treści i przejrzystości niniejszego artykułu.

## LITERATURA

- ABUEL-NAGA H.M., PENDER M.J. 2012 – Modified Terzaghi consolidation curves with effective stress-dependent coefficient of consolidation. *Geotechnique Lett.*, 2 (2): 43–48.
- ABBASI N., RAHIMI H., JAVADI A.A., FAKHER A. 2007 – Finite difference approach for consolidation with variable compressibility and permeability. *Comput. Geotech.*, 34 (1): 41–52.
- AHMED S.I., SIDDIQUA S. 2014 – A review on consolidation behavior of tailings. *Inter. J. Geotech. Eng.*, 8 (1): 102–111.
- AMIRI S.N., ESMAEILI A. 2014 – A Realistic Theory of Soils Consolidation. *J. Earth Sci. Geotech. Eng.*, 4 (1): 103–129.
- BARDEN L. 1965 – Consolidation of compacted and unsaturated clays. *Geotechnique*, 15 (3): 267–286.
- BARDEN L., BERRY P.L. 1965 – Consolidation of normally consolidated soils. *Proc. ASCE*, 91: 15–36.
- BASAK P. 1979 – Analytical solution for consolidation of semi-infinite medium with variable permeability. *Indian Geotech. J.*, 9 (3): 201–211.
- BERRY P.L., POSKITT T.J. 1972 – The consolidation of peat. *Geotechnique*, 22 (1): 27–52.
- BIOT M.A. 1941 – General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Physics*, 12 (2): 155–164.
- BJERRUM L. 1967 – Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlements of Buildings. *Geotechnique*, 17 (2): 83–118.
- BUISMAN A.S. 1936 – Results of long duration settlement tests. *Proc. Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, 1: 103–106.
- CARTER J.P., BOOKER J.R., SMALL J.C. 1979 – The analysis of finite elasto-plastic consolidation. *Inter. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 3 (2): 107–129.
- CONTE E., TRONCONE A. 2007 – Nonlinear consolidation of thin layers subjected to time dependent loading. *Can. Geotech. J.*, 44 (6): 717–725.
- CHOI Y.K. 1982 – Consolidation behavior of natural clays. *Dysertacja doktorska, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois.*
- DEGAGO S.A., GRIMSTAD G., JOSTAD H.P., NORDAL S. 2009 – The non-uniqueness of the end-of primary (EOP) void ratio-effective stress relationship. *Proc. 17<sup>th</sup> Inter. Conf. Soil Mech. Geotech. Eng.*, 1: 324–327.
- DEGAGO S.A., GRIMSTAD G., JOSTAD H.P., NORDAL S. 2013 – Misconceptions about experimental substantiation of creep hypothesis A. *Proc. 18<sup>th</sup> Inter. Conf. Soil Mech. Geotech. Eng.*, Paris: 215–218.
- DEN HAAN E.J. 1992 – The formulation of virgin compression in soils. *Geotechnique*, 42 (3): 465–484.
- DEN HAAN E.J. 1996 – A compression model for non-brittle soft clays and peat. *Geotechnique*, 46 (1): 1–16.
- DE SIMONE P., VIGGIANI C. 1976 – Consolidation of thick beds of clay. *Proc. 2<sup>nd</sup> Inter. Conf. Num. Meth. Geomech. ASCE* (2): 1067–1081.
- DOBĄK P. 1999 – Rola czynnika filtracyjnego w badaniach jednoosiowej konsolidacji gruntów. *Wyd. IGSMiE PAN, Kraków.*
- FREDLUND D.G. 1982 – Consolidation of unsaturated porous media. *Proceedings, Symposium on the Mechanics of Fluid in Porous Media-New Approaches in Research, NATO Advance Study Institute, University of Delaware, Newark, DL.*
- FREDLUND M., DONALDSON M., GITARANA G.G., 2009 – Large strain 1D, 2D and 3D consolidation modeling of tailings. *Tailings and Mine Waste 2009, University of Alberta Geotechnical Program.*
- FREDLUND D.G., HASSAN J. 1979 – One-dimensional consolidation theory: unsaturated soils. *Can. Geotech. J.*, 16: 521–531.
- GASZYŃSKI J. 1998 – Osiowo-symetryczne problem kontaktowe konsolidującego podłoża gruntowego w przypadku działania źródeł masy i ciśnienia. *Monogr. PKrak. Nr 230.*
- GIBSON R.E., ENGLAND G.L., HUSSEY M.J.L. 1967 – The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays. *Geotechnique*, 17 (3): 261–273.
- GIBSON R.E., SCHIFFMAN R.L., CARGILL K.W. 1981 – The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays, II. Finite nonlinear consolidation of thick homogeneous layers. *Can. Geotech. J.*, 18: 280–293.
- GLAZER Z. 1985 – *Mechanika gruntów*. *Wyd. Geol., Warszawa.*
- GRAY H. 1936 – Stress distribution in elastic solids. *Proc. Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, 2: 157–168.
- HUANG J., GRIFFITHS D.V. 2010 – One-dimensional consolidation theories for layered soil and coupled and uncoupled solutions by the finite-element method. *Geotechnique*, 60 (9): 709–713.
- HUANG J., XIE X., ZHANG J., LI J., WANG W. 2014 – Nonlinear finite strain Consolidation analysis with secondary consolidation behavior. *Mathemat. Problem. Eng.*, ID 979380: 1–8.
- JANBU N. 1969 – The resistance concept applied to deformations of soils. *7<sup>th</sup> Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, Mexico City: 191–196.
- KABBAJ M., OKA F., LEROUEIL S., TAVENAS F. 1986 – Consolidation of natural clays and laboratory testing. [W:] *Yong R.N., Townsend F. C. (red.), Proc., ASTM Symp. on the Consolidation of Soils: Testing and Evaluation, ASTM, Philadelphia*, 71–103.
- KISIEL I. 1970 – *Dociekania z reologii gruntów i skał*. *Wydawnictwo PAN, Wrocław.*
- KISIEL I., DMITRUK S., ŁYSIK B. 1969 – *Zarys reologii gruntów. Nośność i stateczność gruntów*. *Wyd. Arkady, Warszawa.*
- KISIEL I., DERSKI W., IZBICKI R.J., MRÓZ Z. 1982 – *Mechanika skał i gruntów*, *Seria Mechanika Techniczna, tom VII, PWN, Warszawa.*
- KOPPEJAN A.W. 1948 – A Formula Combining the Terzaghi load compression relationship and the Buisman secular time effect. *Proc. 1<sup>st</sup> ICSMFE, Rotterdam*, 3: 32–38.
- KRAVTCHEENKO J., SIRIEYS P.M. 1964 – *Rheology and Soil Mechanics. Rhéologie et Mécanique des Sols*. *Proc. Symposium Grenoble, April 1–8.*
- KUBIK J., CIESZKO M., KACZMAREK M. 2000 – *Podstawy dynamiki nasyconych ośrodków porowatych*. *IPPT PAN Warszawa.*
- LADD C.C., FOOT R., ISHIHARAK., SCHLOSSER F., POULOS H.G. 1977 – Stress – deformation and strength characteristics. *State of the art report. Proc. 9<sup>th</sup> ICSMFE, Tokyo*, 2: 421–494.
- LECHOWICZ L., SZYMAŃSKI A. 2002 – *Odkształcenia i stateczność nasyków na gruntach organicznych*. *Wyd. SGGW, Warszawa.*
- LEKHA K.R., KRISHNASWAMY N.R., BASAK P. 2003 – Consolidation of clays for variable permeability and compressibility. *Geotech. Geoenviron. Eng.*, 129 (11): 1001–1009.
- LEROUEIL S. 2006 – *Šuklje Memorial Lecture: The isotache approach. Where are we 50 years after its development by Professor Šuklje?* *Proc., 13<sup>th</sup> Danube-European Conf. Geotech. Eng., Vol. 2, Slov. Geotech. Soc., Ljubljana, Slovenia*: 55–88.
- LIINGAARD M., AUGUSTSEN A., LADE P.V. 2004 – Characterization of models for time-dependent behavior of soils. *Inter. J. Geomech.*, 4 (3): 157–177.
- LIU J.C., GRIFFITHS D.V. 2015 – A general solution for 1D consolidation induced by depth - and time-dependent changes in stress. *Geotechnique*, 65 (1): 66–72.
- LOVISA J. 2012 – *An Insight Into Time Rate of Consolidation. Dysertacja doktorska, James Cook University.*
- LOVISA J., READ W., SIVAKUGAN N. 2011 – A Critical Reappraisal of the Average Degree of Consolidation. *Geotech. Geol. Eng.*, 29: 873–879.
- MC NABB A. 1960 – A mathematical treatment of one dimensional soil consolidation. *Quart. Appl. Math.*, 17: 337–347.
- MESRI G. 1990 – Discussion: Viscous-elastic-plastic modeling of one-dimensional time-dependent behavior of clays. *Can. Geotech. J.*, 27 (2): 259–261.

- MESRI G., CHOI Y.K. 1985 – The uniqueness of the end-of-primary (EOP): void ratio-effective stress relationship. Proc. 11<sup>th</sup> Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng., San Francisco, 2: 587–590.
- MESRI G., FENG T.W., SHAHIEN M. 1995 – Compressibility parameters during primary consolidation. Inter. Symp. Compression and Consolidation of Clayey Soils, Hiroshima, 201–217.
- MESRI G., GODLEWSKI P.M. 1977 – Time and stress compressibility inter-relationship. J. Geotech. Eng. Division, ASCE, 103, GT5, 417–430.
- MIKASA M. 1963 – The Consolidation of Soft Clay – A New Consolidation Theory and Its Application. Kajima Institution Publishing Co., Ltd., Tokyo, Japan (in Japanese).
- MIKASA M. 1965 – The consolidation of soft clay – A new consolidation theory and its applications: Civil Engineering in Japan, Japan Society of Civil Engineers (Reprint from Civil Engineering in Japan, 1965): 21–26.
- MONTE J.L., KRIZEK R.J. 1976 – One-dimensional mathematical model for large-strain consolidation. Géotechnique, 26 (3): 495–510.
- NASH D.F.T. 2001 – Modelling the effects of surcharge to reduce long term settlement of reclamations over soft clays: A numerical case study. Soils Found., 41 (5): 1–13.
- NASH D.F.T., BROWN M. 2013 – Influence of destructuration of soft clay on time-dependent settlements: Comparison of some elastic viscoplastic models. Inter. J. Geomech., 15 (5). DOI: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000281.
- NASH D.F.T., RYDE S.J. 2001 – Modelling the consolidation of compressible soils subject to creep around vertical drains. Géotechnique, 51 (3): 257–273.
- OLEK B.S., WOŹNIAK H. 2017 – Wyznaczanie parametrów pełzania w konstytutywnym modelowaniu gruntów spoistych. Prz. Geol., 65 (10): 873–882.
- OLSON R.E. 1977 – Consolidation under time-dependent loading. J. Geotech. Eng. Div., ASCE 103: 55–60.
- POSKITT T. 1967 – Note on the consolidation of clay with non-linear viscosity. Géotechnique, 17 (3): 284–289.
- RADHIKA B.P., KRISHNAMOORTHY A., RAO A.U. 2017 – A review on consolidation theories and its application. Inter. J. Geotech. Eng., 1–7.
- RAYMOND G.P., DAVIS E.H. 1965 – A non-linear theory of consolidation. Géotechnique, 15 (2): 161–173.
- RAZOUKI S.S., SCHANZ T. 2011 – One-dimensional consolidation under haversine repeated loading with rest period. Acta Geotech., 6 (1): 13–20.
- RAZOUKI S.S., BONNIER P., DATCHEVA M., SCHANZ T. 2013 – Analytical solution for 1D consolidation under haversine cyclic loading. Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., 37 (14): 2367–2372.
- RICHART F.E. 1957 – A review of the theories for sand drains. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 83 (3): 1–38.
- SCHIFFMAN R.L. 1958 – Consolidation of soil under time dependent loading and varying permeability. Proceedings of the Thirty-Seventh Annual Meeting of the Highway Research Board, Washington, DC, 6–10 January 1958, 584–617.
- SCHIFFMAN R.L., GIBSON R.E. 1964 – Consolidation of nonhomogeneous clay layers. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 90 (5): 1–30.
- SCHIFFMAN R.L., STEIN J.R. 1970 – One-dimensional consolidation of layered systems. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 96: 1499–1504.
- ŠUKLJE L. 1957 – The analysis of the consolidation process by the isotaches method. Proc. 4<sup>th</sup> ICSMFE, London: 1: 200–206.
- SVANÖ G., CHRISTENSEN S., NORDAL S. 1991 – A soil model for consolidation and creep. Proc., 10<sup>th</sup> Europ. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1: 269–272.
- STRZELECKI T. 2006 – Równania termokonsolidacji gruntów i skał. Geotechnika i Budownictwo Specjalne AGH, Kraków.
- STRZELECKI T. 1982 – Równania termokonsolidacji gruntów i skał. Geotechnika i Budownictwo Specjalne AGH, Kraków 2006.
- SZEFER G. 1980 – Non-linear problems of consolidation theory. Mat. III Konferencji Francusko-Polskiej, 22–24 kwiecień 1980.
- TAYLOR D.W. 1948 – Fundamentals of soil mechanics. John Wiley & Sons, New York.
- TAYLOR D.W., MERCHANT W. 1940 – A theory of clay consolidation accounting for secondary compressions. J. Maths. Phys., 19 (3): 167–185.
- TERZAGHI C. 1925 – Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage. Franz Deuticke, Leipzig-Vienna.
- TERZAGHI C., FRÖHLICH K. 1936 – Theorie die Setzung von Tonschichten. Eine Einführung in die analytische tonmechanik. Leipzig: Deuticke.
- WOLSKI W., BARAŃSKI T., GARBULEWSKI K., MECHOWICZ Z., SZYMAŃSKI A. 1985 – Testing of anisotropic consolidation in organic soils. Proc. 11<sup>th</sup> Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng., San Francisco, 2: 699–702.
- YIN J.H., GRAHAM J. 1989 – Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour. Can. Geotech. J., 26 (2): 199–209.
- YIN Z.-Y., CHANG C.S., KARSTUNEN M., HICHER P.Y. 2010 – An anisotropic elastic-viscoplastic model for soft clays. Inter. J. Solids Struct., 47: 665–677.
- ZHUANG Y.C., XIE K.H., LI X.B. 2005 – Nonlinear analysis of consolidation with variable compressibility and permeability. J. Zhejiang Univ. Sci., 6A (3): 181–187.

Praca wpłynęła do redakcji 25.10.2017 r.  
Akceptowano do druku 8.03.2018 r.